



Metody analizy ryzyka projektów inwestycyjnych

DR WALDEMAR ROGOWSKI

WROGOW@SGH.WAW.PL

WALDEMARROGOWSKI@WP.PL

KATEDRA ANALIZY

DZIAŁALNOŚCI PRZEDSIĘBIORSTWA SGH



Głównym, fundamentalnym osiągnięciem w zakresie rozwoju rachunku efektywności projektów inwestycyjnych było przejście:



- **od deterministycznego podejścia do szacowania efektywności przedsięwzięć inwestycyjnych**
- **do probabilistycznego rozumienia efektywności przedsięwzięć inwestycyjnych**



Istotą podejścia jest analiza głównych zmiennych, które przyjmowane są na kilku możliwych poziomach, często wraz z odpowiadającymi im prawdopodobieństwami.

BEZWZGLĘDNY RACHUNEK EFEKTYWNOŚCI PROJEKTÓW INWESTYCYJNYCH



OCENA EFEKTYWNOŚCI
PROJEKTU
INWESTYCYJNEGO

PODJĘCIE BEZWZGLĘDNEJ
DECYZJI INWESTYCYJNEJ

Bezwzględna ocena
opłacalności projektu
inwestycyjnego

Analiza ryzyka projektu
inwestycyjnego

*Metody
bezwzględnej
oceny opłacalności*

*Bezwzględne
kryteria decyzyjne*

*Metody analizy
ryzyka*

Dobór metody analizy ryzyka zależy od wielu różnorodnych czynników:



- 1. stosunku decydenta do ryzyka,**
- 2. rodzaju warunków podejmowania decyzji,**
- 3. zakresu ryzyka,**
- 4. dostępności i zakresu informacji,**
- 5. warunków inwestowania, w tym długości okresu życia projektu inwestycyjnego (długookresowa i krótkookresowa analiza ryzyka),**
- 6. znajomości metod analizy ryzyka i umiejętność ich zastosowania w praktyce inwestycyjnej,**
- 7. wiedzy i doświadczenia w zakresie szacowania poziomu ryzyka i prawdopodobieństwa zdarzeń mających wpływ na ryzyko,**
- 8. świadomości decydenta dotyczącego poziomu pracochłonności i kosztowności zastosowanych metod.**

Wykorzystując jako kryterium klasyfikacji wykorzystywaną technikę analizy ryzyka wyróżnia się metody:



- korygowania efektywności polegającą na dokonywaniu korekt poprzez uwzględnianie narzutów procentowych wybranych parametrów i zmiennych wykorzystywanych w metodach oceny opłacalności projektów inwestycyjnych
- analizy wrażliwości polegającą na zmianach różnych wybranych parametrów i zmiennych wykorzystywanych w metodach oceny opłacalności i analizie ich wpływu na opłacalność projektów oraz wyznaczaniu wartości krytycznych i marginesów bezpieczeństwa określających poziom opłacalności
- probabilistyczno – statystyczne, w których wykorzystuje się do analizy ryzyka rachunek prawdopodobieństwa i statystykę matematyczną
- symulacyjne, które dają możliwość zbadania wpływu wielu zmiennych na opłacalność projektów oraz możliwość symulacji poziomu ryzyka



Drugim ważnym kryterium klasyfikacji jest **sposób ujmowania ryzyka w procesie decyzyjnym:**

- **metody bezpośrednie, w których ryzyko ujmowane jest bezpośrednio w kryterium decyzyjnym związanym z określoną metodą oceny opłacalności. Metody bezpośrednio uwzględniające ryzyko nie są, więc oddzielnym kryterium decyzyjnym**
- **metody pośrednie, które umożliwiają pozyskanie dodatkowych informacji o poziomie ryzyka projektu inwestycyjnego. Informacja ta pozwala zmniejszyć stan niepewności. Metody te nie są, więc jednym z elementów kryterium decyzyjnego opartego o daną metodę oceny opłacalności projektu inwestycyjnego. Są oddzielnym, wyodrębnionym elementem uwzględnianym w procesie decyzyjnym**

Kolejnym kryterium podziału metod analizy ryzyka jest **zakres dostarczanej informacji o poziomie ryzyka** projektu inwestycyjnego, można mówić o:

- **miarach zmienności**
- **miarach wrażliwości**
- **miarach zagrożenia**



Zestawienie klasyfikacji metod analizy ryzyka projektów inwestycyjnych



technika analizy			
<i>metody korygowania efektywności</i>	<i>metody analizy wrażliwości</i>	<i>metody probabilistyczno statystyczne</i>	<i>metody symulacyjne</i>
graniczny okres zwrotu	analiza wrażliwości	analiza statystyczna: odchylenie standardowe i współczynnik zmienności	analiza symulacyjna Monte Carlo
równoważnik pewności (CE)			
stopa dyskonta uwzględniająca ryzyko k_{RADR}			

Zestawienie klasyfikacji metod analizy ryzyka projektów inwestycyjnych - c.d.



sposób ujmowania ryzyka w procesie decyzyjnym	
<i>pośrednie</i>	<i>bezpośrednie</i>
analiza wrażliwości	graniczny okres zwrotu
analiza scenariuszy	równoważnik pewności
analiza statystyczna (metody probabilistyczne): odchylenie standardowe i współczynnik zmienności	stopa dyskonta uwzględniająca ryzyko
analiza symulacyjna jako sposób szacowania wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego	

Zestawienie klasyfikacji metod analizy ryzyka projektów inwestycyjnych - c.d.



zakres dostarczanej informacji		
<i>miary zmienności</i>	<i>miary wrażliwości</i>	<i>miary zagrożenia</i>
odchylenie standardowe jako bezwzględna miara zmienności	stopa dyskontowa uwzględniająca ryzyko odzwierciedla ryzyko kosztu kapitału	metoda VaR
współczynnik zmienności, jako względna miara zmienności	ekwiwalent pewności odzwierciedla ryzyko przepływu pieniężnego NCF	
analiza symulacyjna jako sposób szacowania wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego	okres zwrotu określający ryzyko płynności	
analiza scenariuszy jako pośredni sposób szacowania wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego		

Źródło: opr. wł.1



Metody wykorzystywane do analizy ryzyka projektów inwestycyjnych przez krajowe firmy

<i>Zakres i rodzaj stosowanych metod</i>	<i>Procent odpowiedzi</i>
Metody bezpośrednie (stopa dyskonta z ryzykiem, ekwiwalent pewności)	30%
Metody pośrednie (analiza wrażliwości, analiza scenariuszowa, analiza symulacyjna)	47%
Inne metody (podaj jakie)	1%
Nie są wykorzystywane żadne metody oceny ryzyka	22%
Razem	100%
Źródło: opr. wł.	



Prezentacja porównania wyników badań w zakresie prowadzenia sformalizowanej analiza ryzyka

	R. Pike 1992	R. Pike 1975	G. C Arnold D. Hatzopoulos	D. Zarzecki	W. Rogowski
	w %	w %	w %	w %	w %
Prowadzona jest sformalizowana analiza ryzyka	92	26	94	32	77
Nie są wykorzystywane żadne metody analizy ryzyka	8	74	6	68	23

Źródło: opr. wł.

13



Analiza wrażliwości jest to prosta technika analityczna, która polega na badaniu wpływu zmian, jakie mogą wystąpić w przyszłości w kształtowaniu się kluczowych zmiennych projektu inwestycyjnego wpływających na jego opłacalność.

U podstaw teoretycznych tej metody leży założenie, iż w trakcie fazy budowy, a następnie w fazie operacyjnej, wartości poszczególnych zmiennych wykorzystywanych do szacowania opłacalności projektu mogą przyjąć inne wartości, niż zakładane.



W analizie tej bada się, więc wrażliwość wyników oceny opłacalności (przy wykorzystaniu kryterium decyzyjnego) na zmiany różnych zmiennych.



Analiza wrażliwości może być wykorzystywana dla wszystkich metod bezwzględnej oceny opłacalności projektów inwestycyjnych.

Analiza wrażliwości posługuje się kilkoma podstawowymi pojęciami:



- **zmienna objaśniana (zmienna bazowa)** - metoda oceny opłacalności projektu inwestycyjnego, na której analiza wrażliwości będzie przeprowadzana (np. NPV),
- **zmienne objaśniające** – zmienne występujące w algorytmie danej metody oceny opłacalności projektu inwestycyjnego,
- **zmienne objaśniające niezależne** - zmienne występujące w algorytmie danej metody oceny opłacalności projektu inwestycyjnego, których zmiana nie wpływa w sposób bezpośredni na inne zmienne,
- **zmienne objaśniające zależne** - zmienne występujące w algorytmie danej metody, których zmiana wpływa w sposób bezpośredni na inne zmienne.



Bardzo ważnym założeniem wpływającym na poprawność przeprowadzania **analizy wrażliwości** jest przyjmowanie w algorytmie szacowania NPV, dla którego przeprowadzona jest analiza wrażliwości, stopy dyskonta nie uwzględniającej premii za ryzyko.

Przyjmuje się, więc założenie, iż ryzyko projektu inwestycyjnego jest zbliżone do ryzyka obecnie prowadzonej działalności lub rentowności inwestycji bez ryzyka



Pięć różnych technik analitycznych wykorzystywanych w analizie wrażliwości które analizują:

- 1. procentową zmianę wielkości zmiennej objaśnianej) wywołana określoną, np. 5% zmianą określonej zmiennej objaśniającej**
- 2. procentową zmianę wielkości zmiennej objaśnianej wywołaną 1% zmianą zmiennej objaśniającej – badanie elastyczności**
- 3. wartość kryterium decyzyjnego dla określonej wartości zmiennej objaśniającej**
- 4. poziom graniczny zmiennej objaśniającej przy którym projekt inwestycyjny jest jeszcze opłacalny**
- 5. dopuszczalny procentowy poziom odchylenia zmiennych objaśniających przy których projekt inwestycyjny jest jeszcze opłacalny**



W najprostszej postaci **analizy wrażliwości** badany jest wpływ procentowych odchyień poszczególnych niezależnych zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą (kryterium decyzyjne oparte o daną metodę oceny opłacalności przedsięwzięcia inwestycyjnego).

Badanie poszczególnych zmiennych polega na tym, że zakłada się określone odchylenia zmiennych objaśniających (wyrażone procentowo, np. od **-20%** do **+20%**) od ich wartości podstawowych (prognozowanych) i szacuje się ponownie opłacalność przedsięwzięcia inwestycyjnego przy nowym poziomie danej zmiennej objaśniającej.



Przyjmuje się założenie, że zmianie w określonym momencie podlega tylko jedna zmienna niezależna. Pozostałe zmienne niezależne pozostają na tym samym poziomie bazowym.

Wraz ze zmianą jednej zmiennej niezależnej zmianie może ulec kilka zmiennych zależnych, np. w przypadku badania wrażliwości na zmianę wartości przychodów ze sprzedaży zmianie ulega także wysokość podatku dochodowego.



Badając procentową zmianę poszczególnych zmiennych objaśniających można wskazać te, których ewentualne odchylenia (ten sam % zmian) będą miały największy wpływ na opłacalność przedsięwzięcia inwestycyjnego.

- **Technika ta pozwala na zdefiniowanie zmiennych (obszarów), na których zmianę, przedsięwzięcie inwestycyjne jest najbardziej wrażliwe.**
- **Identyfikacja ta stanowi istotną informację, gdyż wskazuje te obszary, które wymagają dodatkowych pogłębionych analiz, które służyłyby bardziej precyzyjnemu określeniu czynników ryzyka przedsięwzięcia inwestycyjnego.**



Analiza wrażliwości odpowiada w tym przypadku na pytanie: o ile zmieni się wartość zmiennej objaśnianej, jeżeli wartość danej niezależnej zmiennej objaśniającej zmieni się o $X\%$.

W drugim przypadku analiza wrażliwości powinna wskazywać:

- o ile zmieni się poziom opłacalności przedsięwzięcia inwestycyjnego mierzony określoną metodą (zmienna objaśniana),
- gdy wartość danej niezależnej zmiennej objaśniającej zmieni się o 1%, a pozostałe niezależne zmienne objaśniające pozostają bez zmian.





W tym celu dla poszczególnych niezależnych zmiennych objaśniających szacowany jest współczynnik wrażliwości rozumiany jako kąt nachylenia krzywej wyznaczającej profil NPV przy różnych wartościach danej zmiennej niezależnej.

Ponieważ jednak wartości zmiennych objaśniających mogą być w skrajnie innej skali, obliczeń należy dokonywać na wartościach względnych, a nie bezwzględnych.



$$ww = \frac{\frac{NPV_i - NPV_b}{NPV_b}}{\frac{Z_i - Z_b}{Z_b}}$$

gdzie:

ww - współczynnik wrażliwości NPV na 1% zmianę wartości zmiennej objaśniającej Z,

Z_i - i-ta wartość zmiennej objaśniającej ($Z_i = 1,01Z_b$ lub $0,99Z_b$),

NPV_i - wartość NPV przy i-tej wartości zmiennej Z_i ,

Z_b - wartość bazowa zmiennej Z,

NPV_b - wartość NPV dla zmiennej Z_b .



- **W liczniku** ułamka prezentowana jest procentowa zmiana wartości zmiennej objaśnianej (np. NPV) wywołana jedno procentową zmianą niezależnej zmiennej objaśniającej Z (dowolna zmienna z algorytmu NPV),
- **W mianowniku** zaś jedno procentowa zmiana wartości niezależnej zmiennej objaśniającej Z .



Współczynnik wrażliwości informuje ile punktów procentowych zmiany zmiennej objaśnianej (np. NPV) przypada na jeden punkt procentowy zmiany niezależnej zmiennej objaśniającej Z.



Jeżeli zależność zmiennej objaśnianej (NPV) od danej niezależnej zmiennej objaśniającej jest liniowa, dla wszystkich wartości danej niezależnej zmiennej objaśniającej, wartość współczynnika wrażliwości jest wartością stałą.



Niezależne zmienne objaśniające, które:

- liniowo zmieniają przepływy pieniężne netto, w przybliżeniu również liniowo wpływają na zmiany NPV,
- powodują zmianę stopy dyskontowej (np. koszt kapitału obcego, koszt kapitału własnego, struktura finansowania) lub oddziałują jednocześnie na kilka zmiennych zależnych w różnych kierunkach, zazwyczaj powodują inne niż liniowe zmiany zmiennej objaśniającej (zależność nieliniowa).



W przypadku zależności:

- **liniowej współczynnik wrażliwości, jest ilorazem różnicowym, czyli współczynnikiem kierunkowym prostej.**
- **nieliniowej jest on granicą ilorazu różnicowego, czyli pochodną, którą szacuje się w tym punkcie, który reprezentuje najbardziej prawdopodobną wartość analizowanej niezależnej zmiennej objaśniającej.**

Interpretacja współczynnika wrażliwości jest następująca:



- **wysoka bezwzględna** wartość świadczy o dużym wpływie badanej niezależnej zmiennej objaśniającej na zmienną objaśnianą (badane kryterium decyzyjne oparte o daną metodę oceny opłacalności przedsięwzięcia inwestycyjnego,
- **wartość równa zero**, oznacza, że analizowana niezależna zmienna objaśniająca w ogóle nie wpływa na zmienną objaśnianą (na poziom opłacalności). Należy jednak sprawdzić (w przypadku zależności nieliniowych), czy współczynnik wrażliwości nie jest przypadkiem różny od zera dla innych wartości analizowanej niezależnej zmiennej objaśniającej,

Interpretacja współczynnika wrażliwości jest następująca – c.d.:



- **ujemna wartość** świadczy, że analizowana niezależna zmienna objaśniająca wpływa w sposób przeciwny na zmienną objaśnianą (poziom opłacalności): wzrost niezależnej zmiennej objaśniającej powoduje spadek zmiennej objaśnianej a spadek niezależnej zmiennej objaśniającej powoduje wzrost zmiennej objaśnianej
- **dodatnia wartość** oznacza, że badana niezależna zmienna objaśniająca wpływa w sposób zgodny na zmienną objaśnianą (poziom opłacalności i kryterium decyzyjne): wzrost niezależnej zmiennej objaśniającej powoduje wzrost zmiennej objaśnianej a spadek niezależnej zmiennej objaśniającej powoduje spadek zmiennej objaśnianej.



Analiza wrażliwości odpowiada w tym przypadku na pytanie: o ile zmieni się wartość zmiennej objaśnianej, jeżeli wartość danej niezależnej zmiennej objaśniającej zmieni się o 1%.



W trzecim przypadku analiza wrażliwości polega na podstawianiu do algorytmu danej metody oceny opłacalności (np. NPV) innych niż przyjęte bazowo wartości niezależnej zmiennej objaśniającej, przy pozostałych niezależnych zmiennych objaśniających niezmiennych.

- W takiej postaci analiza wrażliwości odpowiada na pytanie, **czy dla takiej wartości niezależnej zmiennej objaśniającej przedsięwzięcie inwestycyjne zgodnie z kryterium decyzyjnym zbudowanym w oparciu o określoną metodę oceny opłacalności jest jeszcze opłacalne?**

W analizie wrażliwości szacowane są również określone wartości niezależnych zmiennych objaśniających (przypadek czwarty), dla których zgodnie z kryterium decyzyjnym zbudowanym w oparciu o określoną metodę oceny opłacalności jest jeszcze opłacalne (w przypadku NPV jest równe zero).

- Wartości takie nazywane są wartościami granicznymi i odpowiadają na pytanie **dla jakiej wartości niezależnej zmiennej objaśniającej przedsięwzięcie inwestycyjne jest jeszcze opłacalne.**





Przeprowadzając analizę wrażliwości można też uzyskać odpowiedź na jeszcze inaczej sformułowane pytanie, a mianowicie, **jakie są dopuszczalne odchylenia poszczególnych niezależnych zmiennych objaśniających, przy których przedsięwzięcie inwestycyjne jest jeszcze opłacalne.**

- **W przypadku stosowania jako kryterium decyzyjnego, kryterium zbudowanego w oparciu o metodę NPV, szukana jest taka wartość niezależnych zmiennych objaśniających, dla których $NPV = 0$.**

Analiza wrażliwości jest w tym przypadku uzupełniana o informację o poziomie marginesów bezpieczeństwa stanowiących granicę opłacalności przedsięwzięcia inwestycyjnego, dla każdej niezależnej zmiennej objaśniającej



Marginesy bezpieczeństwa mogą być wyrażone jako:

- Wartości bezwzględne
- Wartości względne



Bezwzględny margines bezpieczeństwa jest to różnica między wartością graniczną a wartością bazową analizowanej niezależnej zmiennej objaśniającej albo między wartością bazową a graniczną.

$$Z_{gr} - Z_{baz}$$

gdzie:

Z_{gr} - wartość graniczna analizowanej niezależnej zmiennej objaśniającej Z

Z_{baz} - wartość bazowa analizowanej niezależnej zmiennej objaśniającej Z .



Względny margines bezpieczeństwa jest to iloraz różnicy wartości granicznej i wartości bazowej do wartości bazowej badanej niezależnej zmiennej objaśniającej

$$\frac{Z_{gr} - Z_{baz}}{Z_{baz}}$$

gdzie:

Z_{gr} - wartość graniczna analizowanej niezależnej zmiennej objaśniającej Z

Z_{baz} - wartość bazowa analizowanej niezależnej zmiennej objaśniającej Z .

Przeprowadzając analizę wrażliwości, należy pamiętać, że:



- **dobór niezależnych zmiennych objaśniających zależy od przyjętej w analizie metody oceny opłacalności przedsięwzięcia inwestycyjnego – zmiennymi mogą być, więc poszczególne elementy algorytmu matematycznego danej metody oceny opłacalności przedsięwzięcia inwestycyjnego,**
- **zróznicowanie poziomu niezależnych zmiennych objaśniających nie może być dowolne, lecz logicznie uzasadnione.**



Z punktu widzenia poziomu agregacji niezależnych zmiennych objaśniających można wyróżnić dwa podstawowe warianty analizy wrażliwości:

- wariant ze **zagregowanymi niezależnymi zmiennymi objaśniającymi**, który oparty jest jedynie na podstawowych elementach wykorzystywanych w danym algorytmie metody oceny opłacalności (np. w przypadku NPV będą to przepływy pieniężne netto, stopa dyskonta i ekonomiczny okres życia przedsięwzięcia),



- wariant **ze dezagregowanymi niezależnymi zmiennymi objaśniającymi**, które bezpośrednio lub pośrednio determinują poszczególne elementy algorytmu danej metody opłacalności przedsięwzięcia inwestycyjnego. Stopień dezagregacji zmiennych objaśniających zależy głównie od szczegółowości posiadanych danych, dokładności analizy i potrzeb informacyjnych w zakresie podejmowania decyzji

Kryterium opłacalności	Zmienne zagregowane	Zmienne zdezagregowane (szczegółowe)
$NPV_{baz} = \sum_{t=0}^n \frac{NCF_{baz,n}}{(1 + k_{WACC \text{ albo } RF})^t}$	Przepływy pieniężne netto	Spadek wpływów Zwiększenie wydatków
	Okres życia przedsięwzięcia	Wydłużenie fazy budowy Skrócenie fazy operacyjnej
	Stopa dyskonta	Wzrost kosztu kapitału Zmiana struktury finansowania

Wydatki		Wpływy	
Wydatki inwestycyjne	Wydatki operacyjne	Wpływy operacyjne	Wpływy inwestycyjne
Wzrost nakładów inwestycyjnych	Wzrost kosztów operacyjnych (bez amortyzacji)	Spadek sprzedaży	Spadek wpływów inwestycyjnych (spadek wartości sprzedanego majątku trwałego)

1. Nakłady na rzeczowe składniki majątku trwałego	1. Koszt materiałów i energii	1. Spadek ceny
2. Nakłady fazy przedinwestycyjnej	2. Wynagrodzenia	2. Spadek ilości
3. Nakłady na kapitał obrotowy netto	3. Koszty sprzedaży	3. Spadek sprzedaży jednego z asortymentu

Wyznaczając NPV dla różnych poziomów procentowych zmian zmiennych objaśniających możliwe jest sporządzenie wykresów NPV w zależności od procentowej zmiany poszczególnych niezależnych zmiennych objaśniających wykorzystywanych w algorytmie szacowania NPV.



Wykres taki nosi nazwę **krzywej wrażliwości**.

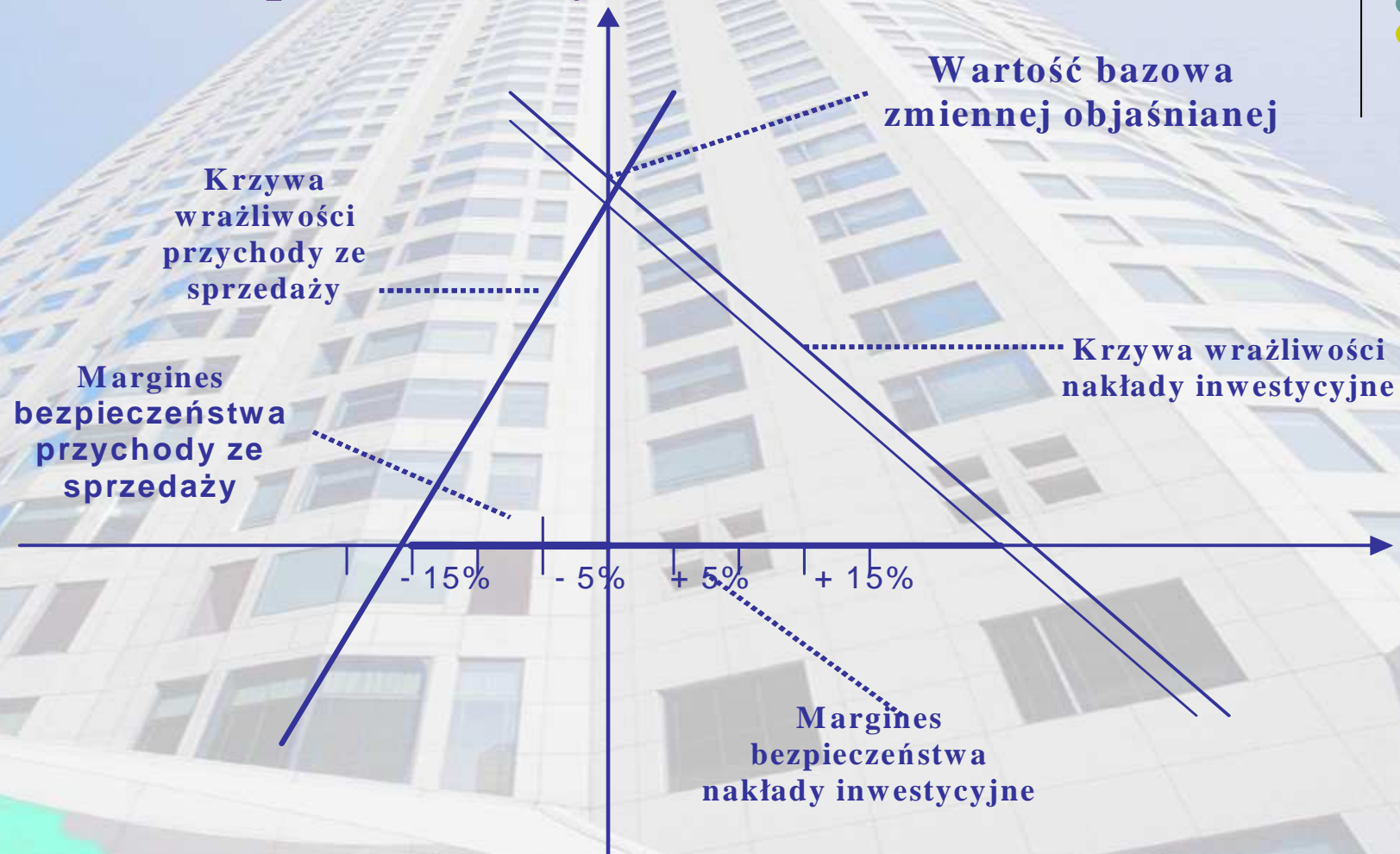


Nachylenie poszczególnych krzywych wrażliwości wskazuje na poziom wrażliwości NPV (opłacalności przedsięwzięcia inwestycyjnego) na zmianę określonej niezależnej zmiennej objaśniającej:

- **Im większe nachylenie (krzywa jest bardziej stroma), tym zmienna objaśniana (opłacalność przedsięwzięcia) jest wrażliwsza na zmiany analizowanej niezależnej zmiennej objaśniającej i tym większy jest poziom ryzyka przedsięwzięcia inwestycyjnego.**



Graficzna postać analizy wrażliwości



Źródło: opr. wł.

© Waldemar Rogowski

Przy wykorzystaniu analizy wrażliwości w procesie podejmowania bezwzględnej decyzji inwestycyjnej decydent otrzymuje informację o poziomie ryzyka w formie:



- **wrażliwości kryterium decyzyjnego opartego na określonej metodzie oceny opłacalności przedsięwzięcia inwestycyjnego na zmianę elementów uwzględnianych w tej metodzie**
- **wartości granicznych oraz marginesów bezpieczeństwa.**

Zalety i wady analizy wrażliwości



Zalety	Wady
<ol style="list-style-type: none">1. Służy do identyfikacji ryzyka wskazując obszary, które powinny być przedmiotem głębszej analizy2. Jest użyteczna głównie w przypadku przedsięwzięć rozwojowych, których ryzyko nie było wcześniej analizowane, a więc kiedy nie ma doświadczeń pochodzących z podobnych przedsięwzięć inwestycyjnych realizowanych wcześniej3. Jej wyniki, tj. znajomość wpływu poszczególnych niezależnych zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą, można wykorzystać w innych analizach ryzyka4. Można przedstawić wszystkie krzywe wrażliwości na jednym wykresie, co może ułatwić bezpośrednie porównania ryzyka determinowanego przez różne niezależne zmienne objaśniające5. Krzywe wrażliwości przedstawiają użyteczną informację o punktach granicznych, w których następuje zmiana kryterium decyzyjne, oraz umożliwia obliczenie marginesów bezpieczeństwa realizacji konkretnego przedsięwzięcia	<ol style="list-style-type: none">1. Przyjmowanie uproszczonego nie odpowiadającego rzeczywistości założenia, o tym, iż badając określoną niezależną zmienną objaśniającą, tj. korygując ją o założony % zmian, pozostałe niezależne zmienne objaśniające przedsięwzięcia pozostawiane są na nie zmienionym poziomie2. Ryzyko przedsięwzięcia zależy zarówno od: wrażliwości kryterium decyzyjnego na zmiany niezależnych zmiennych objaśniających jak i zakresu prawdopodobnych wartości tych zmiennych odzwierciedlanych w ich rozkładach prawdopodobieństwa. Ponieważ w analizie wrażliwości uwzględnia się tylko pierwszy czynnik, jest ona przez to niekompletna



- **Pierwszą z wad analizy wrażliwości eliminuje analiza scenariuszy.**
- **Drugą zaś analiza symulacyjna.**

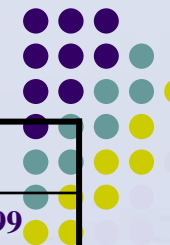
Przykład

Przepływy pieniężne netto oraz NPV przedsięwzięcia inwestycyjnego dla stopy dyskonta 15% w wariantcie bazowym



	1995	1996	1997	1998	1999
A. Wpływy	0	267,84	267,84	267,84	267,84
<u>Inwestycyjne</u>	0	0	0,00	0	0
<u>Operacyjne</u>	0	267,84	267,84	267,84	267,84
1. Sprzedaż	0	267,84	267,84	267,84	267,84
B. Wydatki	76,25	273,19	219,84	221,08	222,19
<u>Inwestycyjne</u>	76,25	55,62			
1. Ziemia	45,00	0,00			
2. Budynki i budowle	0,00	3,20			
3. Nakłady przedinwestycyjne	31,254	0,00			
4. Maszyny i urządzenia	0	31,26			
5. Kapitał obrotowy netto	0	18,81			
6. Przedprodukcyjne nakłady kapitałowe	0	2,35			
<u>Operacyjne</u>		217,57	219,84	221,08	222,19
1. Koszty operacyjne	0	197,83	197,83	197,83	197,83
2. Podatek dochodowy 40%	0	19,74	22,01	23,25	24,36
C. PRZEPIYBY PIENIEŻNE NETTO (NCF)	- 76,25	- 5,35	48,00	46,76	45,65
NPV $k = 15\%$ 12,24					

Analiza wrażliwości przedsięwzięcia inwestycyjnego na 10% spadek przychodów ze sprzedaży w każdym okresie



WRAŻLIWOŚĆ NPV na 10% SPADEK PRZYCHODÓW ZE SPRZEDAŻY					
	1995	1996	1997	1998	1999
A. Wpływy	0	241,06	241,06	241,06	241,06
<u>Inwestycyjne</u>	0	0	0	0	0
<u>Operacyjne</u>	0	241,06	241,06	241,06	241,06
1. Sprzedaż	0	241,06	241,06	241,06	241,06
B. Wydatki	76,25	262,47	209,13	210,37	211,48
<u>Inwestycyjne</u>	76,25	55,62			
1. Ziemia	45,00	0,00			
2. Budynki i budowle	0,00	3,20			
3. Nakłady przedinwestycyjne	31,25	0,00			
4. Maszyny i urządzenia	0,00	31,26			
5. Kapitał obrotowy netto	0,00	18,81			
6. Przedprodukcyjne nakłady kapitałowe	0,00	2,35			
<u>Operacyjne</u>	0	206,85	209,13	210,37	211,48
1. Koszty operacyjne	0	197,83	197,83	197,83	197,83
2. Podatek dochodowy 40%	0	9,02	11,30	12,54	13,65
C. PRZEPIŁYWY PIENIĘŻNE NETTO (NCF)	- 76,25	- 21,42	31,93	30,69	29,58
NPV $k = 15\%$ -33,64					

Analiza wrażliwości przedsięwzięcia na 10% wzrost kosztów operacyjnych w każdym okresie



WRAŻLIWOŚĆ NPV na 10% WZROST KOSZTÓW OPERACYJNYCH					
	1995	1996	1997	1998	1999
A. Wpływy	0	267,84	267,84	267,84	267,84
<u>Inwestycyjne</u>	0	0	0	0	0
<u>Operacyjne</u>	0	267,84	267,84	267,84	267,84
1. Sprzedaż	0	267,84	267,84	267,84	267,84
B. Wydatki	76,25	285,06	231,71	232,95	234,06
<u>Inwestycyjne</u>	76,25	55,62			
1. Ziemia	45,00	0			
2. Budynki i budowle	0,00	3,20			
3. Nakłady przedinwestycyjne	31,25	0			
4. Maszyny i urządzenia	0,00	31,26			
5. Kapitał obrotowy netto	0,00	18,81			
6. Przedprodukcyjne nakłady kapitałowe	0,00	2,35			
<u>Operacyjne</u>	0	229,43	231,71	232,95	234,06
1. Koszty operacyjne	0	217,61	217,61	217,61	217,61
2. Podatek dochodowy 40%	0	11,82	14,10	15,34	16,45
C. PRZEPIŁYWY PIENIĘŻNE NETTO (NCF)	- 76,25	- 17,22	36,13	34,89	33,78
NPV $k = 15\%$	-21,65				

Z analizy wrażliwości decydent otrzymuje informację, iż 10 %:



- **spadek wartości przychodów ze sprzedaży w każdym okresie powoduje spadek NPV do wartości – 33,64 czyli poniżej 0 – przedsięwzięcie jest, więc w tym przypadku nieopłacalne,**
- **wzrost kosztów operacyjnych w każdym okresie powoduje spadek NPV do wartości – 21,65 czyli poniżej 0 – przedsięwzięcie jest, więc także w tym przypadku nieopłacalne**

Matryca wrażliwości przedsięwzięcia inwestycyjnego



Wartość zmiennej objaśniającej	10% spadek sprzedaży	5% spadek sprzedaży	Poziom bazowy	5% wzrost sprzedaży	10% wzrost sprzedaży	Ww	Względny margines bezpieczeństwa	Względny margines bezpieczeństwa
Wartość zmiennej objaśnianej NPV	-33,64	-10,7	12,24	22,88	45,77	37,48	2,66%	260,71
Wartość zmiennej objaśniającej	10% wzrost kosztów operacyjnych	5% wzrost kosztów operacyjnych	Bazowy	5% spadek kosztów operacyjnych	10% spadek kosztów operacyjnych	Ww	Względny margines bezpieczeństwa	Względny margines bezpieczeństwa
Wartość zmiennej objaśnianej NPV	-21,65	-4,7	12,24	16,89	33,78	- 27,68	3,62%	225,44

Metoda analizy scenariuszy (ang. scenario analysis) uwzględnia:



- **wrażliwość zmiennej objaśnianej (np. NPV) na zmiany niezależnych zmiennych objaśniających**
- **zakres najbardziej prawdopodobnych wartości niezależnych zmiennych objaśniających**



Analizę scenariuszy można przeprowadzać zarówno wykorzystując model zagregowany jak i zdezagregowany.



U podstaw teoretycznych tej metody leży koncepcja, proponująca analizowanie ryzyka poprzez określanie scenariuszy zakładających przyjmowanie przez niezależne zmienne objaśniające występujące w algorytmie danej metody oceny opłacalności wykorzystywanej w danym kryterium decyzyjnym określonych wartości w przyszłości.



W analizie scenariuszowej wykorzystywane są informacje uzyskane z analizy wrażliwości na podstawie, których sporządzane są możliwe warianty przyszłego kształtowania się niezależnych zmiennych objaśniających zwane scenariuszami.



Algorytm postępowania w tej metodzie
obejmuje dwa podstawowe etapy.

- W **etapie pierwszym**, określane są scenariusze opisujące wartość poszczególnych niezależnych zmiennych objaśniających w przyszłości.



Najczęściej konstruowane są trzy scenariusze:

- **optymistyczny (optimistic - O)** w którym niezależne zmienne objaśniające przyjmowane są na poziomie najbardziej optymistycznym,
- **bazowy (best - B)**, – niezależne zmienne objaśniające są przyjmowane w wartościach przyjętych dla analizowanego przedsięwzięcia inwestycyjnego,
- **pesymistyczny (pessimistic - P)** – sporządzany dla najgorszych najbardziej pesymistycznych wartości niezależnych zmiennych objaśniających.

Stąd wywodzi się spotykana czasem angielska nazwa metody - ***analiza BOP (Best Optimistic Pessimistic)***.



B. Nogalski M. Piwecki proponują budowanie czterech scenariuszy:

- 1. Optymistycznego,**
- 2. Pesymistycznego,**
- 3. Najbardziej prawdopodobnego,**
- 4. Najgorszego z możliwych.**

St. A. Ross, R.W Westerfield, B. D. Jordan twierdzą natomiast, że istnieje nieokreślona liczba różnych scenariuszy, które można rozpatrywać.

Jako minimum powinno określać się, co najmniej pięć scenariuszy:

- 1. Sytuację bazową**
- 2. Dwie sytuacje skrajne (wariant optymistyczny i pesymistyczny)**
- 3. Dwie sytuacje oparte na wartościach pośrednich między scenariuszem bazowym a scenariuszami skrajnymi**





K. Marcinek proponuje aby w analizie scenariuszy budować dwa scenariusze:

- 1. kluczowe zdarzenia, które w przyszłości będą miały przebieg zgodny z oczekiwaniami (scenariusz bazowy),**
- 2. wszystkie kluczowe zdarzenia, które będą miały przebieg gorszy od oczekiwanego (scenariusz pesymistyczny).**



Dzięki zastosowaniu tej analizy otrzymywane są, więc zamiast jednej wartości NPV (NPV_{baz}), trzy wartości:

1. NPV_{baz} , czyli wartość bazowa,
2. NPV_{pes} , która będzie uzyskana w przypadku zajścia scenariusza najgorszego (pesymistycznego),
3. NPV_{opt} , gdy zrealizuje się scenariusz najlepszy (optymistyczny).



- **Analiza scenariuszy najczęściej stanowi wstęp do metod probabilistycznych.**
- **Jeżeli bowiem będą znane prawdopodobieństwa realizacji rozpatrywanych scenariuszy, to jest możliwe obliczenie statystycznych miar ryzyka.**



W przypadku, gdy brak jest danych dotyczących prawdopodobieństwa realizacji analizowanych scenariuszy, wnioski z analizy muszą być oparte tylko na podstawie możliwych do uzyskania wartości NPVbaz, NPVopt, NPVpes.



Zakładając, że dla każdego scenariusza, przedsięwzięcie inwestycyjne może być uznane za:

opłacalne (+)

nieopłacalne (-)

Możliwe modelowe warianty dla trzech podstawowych scenariuszy

<i>Warianty</i>	<i>Rodzaje scenariuszy</i>		
	<i>optymistyczny</i>	<i>bazowy</i>	<i>pesymistyczny</i>
I	+	+	+
II	+	+	-
III	+	-	-
IV	-	-	-

Źródło: Däumler K.D. *Praxis der Investitions und Wirtschaftlichkeitsrechnung* Verlag neue Wirtschafts – Briefe Berlin Auflage 3 str. 163

Tylko w przypadku wariantu I i IV sytuacja jest jednoznaczna.



- W **wariancie I** przedsięwzięcie inwestycyjne będzie zawsze opłacalne nawet w przypadku zaistnienia najbardziej pesymistycznego scenariusza, należy, więc je przyjąć.
- W **wariancie IV** przedsięwzięcie powinno być bez wątpienia odrzucone, gdyż nawet dla wariantu najbardziej optymistycznego jest nieopłacalne.



- **Wariant III** stwarza już wysokie ryzyko podjęcia błędnej decyzji i decydent według subiektywnego odczucia musi zdecydować o podjęciu bądź rezygnacji z realizacji przedsięwzięcia.

Najczęściej spotykany jest jednak wariant II w którym:

- NPV_{baz} i NPV_{opt} są dodatnie - przedsięwzięcie inwestycyjne można uznać za opłacalne
- NPV_{pes} jest ujemne - przedsięwzięcie inwestycyjne jest, więc nieopłacalne.



W tym przypadku konieczne jest porównanie wartości oszacowanego NPV dla scenariusza bazowego i pesymistycznego (NPV_{baz} i NPV_{pes}).



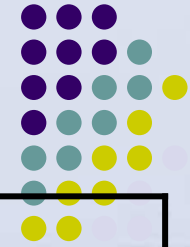
- **Im większa jest wartość NPV dla scenariusza bazowego, tym mniejsze jest zagrożenie przyjęcia do realizacji nieopłacalnego przedsięwzięcia inwestycyjnego.**



W przypadku właściwie zdefiniowanych scenariuszy ujemna wartość NPV dla scenariusza pesymistycznego (NPV_{pes}), określa maksymalną wartość straty, jaką firma można ponieść realizując dane przedsięwzięcie inwestycyjne.

- **Jeśli wartość takiej straty może zostać zaabsorbowana przez firmę bez poważnych konsekwencji finansowych (bankructwa), to przedsięwzięcie inwestycyjne nie zagrazi przyszłości firmy, można, więc go realizować.**

Zalety i wady analizy scenariuszy:



ZALETY	WADY
<ol style="list-style-type: none"><li data-bbox="241 395 786 694">1. Dostarcza więcej informacji o poziomie ryzyka przedsięwzięcia inwestycyjnego niż analiza jedynie jednego wariantu – bazowego<li data-bbox="241 715 786 1117">2. Eliminuje jedną z wad analizy wrażliwości, gdyż umożliwia analizowanie jednoczesnych zmian więcej niż jednej niezależnej zmiennej objaśniającej	<ol style="list-style-type: none"><li data-bbox="848 395 1966 486">1. Rozważa tylko kilka możliwych scenariuszy, chociaż w rzeczywistości istnieje bardzo duża ich liczba<li data-bbox="848 507 1989 1161">2. Zakłada, że zmienne traktowane jako objaśniające są dodatnio skorelowane, (przyjmują one dla scenariusza pesymistycznego wartości największe dla destymulant* oraz najmniejsze dla stymulant*, a dla scenariusza optymistycznego największe dla stymulant i najmniejsze dla destymulant). W rzeczywistości prawdopodobieństwo, że wszystkie niezależne zmienne objaśniające osiągną jednocześnie najgorszą lub najlepszą wartość jest bardzo małe. Zatem analiza scenariuszy zazwyczaj przeszacowuje wielkości graniczne – NPV pesymistycznego scenariusza jest zbyt niska, a NPV optymistycznego scenariusza jest za wysoka
<p>* <i>destymulanta</i> – zmienna, której wyższa wartość oznacza negatywny wpływ na poziom opłacalności (np. koszty, nakłady inwestycyjne)</p> <p>** <i>stymulanta</i> - zmienna, której wyższa wartość oznacza pozytywny wpływ na poziom opłacalności (np. przychody ze sprzedaży)</p> <p>Źródło: opr. wł. na podstawie literatury przedmiotu</p>	

Przykład

Firma rozpatruje realizację przedsięwzięcia inwestycyjnego. Decydent rozważa możliwość zajęcia w przyszłości pięciu scenariuszy (dwóch pesymistycznych, dwóch optymistycznych i bazowego).



Rodzaj scenariusza	Wartość NPV
Pesymistyczny	- 200
Umiarkowanie pesymistyczny	0
Bazowy	200
Umiarkowanie optymistyczny	400
Optymistyczny	600

Źródło: opr. wł.

Zgodnie z kryterium decyzyjnym opartym o **metodę NPV** przedsięwzięcie inwestycyjne jest nieopłacalne ($NPV < 0$) jedynie dla scenariusza pesymistycznego.



- **Decydent uważa jednak, iż ewentualna strata w kwocie 200 jest możliwa do zakumulowania przez firmę. Analizowane przedsięwzięcie inwestycyjne można, więc przyjąć do realizacji.**



U podstaw teoretycznych metod probabilistyczno – statystycznych leży założenie, że ryzyko przedsięwzięcia inwestycyjnego można mierzyć poprzez pomiar rozproszenia możliwych wyników wokół określonej wartości.

- **Rozproszenie określane jest względem pewnej wielkości centralnej, którą w teorii ryzyka jest wartość oczekiwana.**
- **Im rozproszenie jest większe, tym ryzyko nie osiągnięcia założonej wartości jest większe.**

Bezwzględne kryterium decyzyjne zbudowane w oparciu o wartość oczekiwaną NPV można wyrazić następująco:



- **$E(NPV) \geq 0$** - przedsięwzięcie inwestycyjne jest opłacalne, może być realizowane,
- **$E(NPV) = 0$** - przedsięwzięcie inwestycyjne jest neutralne, może być realizowane,
- **$E(NPV) < 0$** - przedsięwzięcie inwestycyjne jest nieopłacalne, nie może być realizowane.

Jako statystyczną miarę ryzyka przedsięwzięć inwestycyjnych powszechnie przyjmuje się:



1. odchylenie standardowe (σ) wyrażające:

- wielkość rozproszenia wokół wartości oczekiwanej $E(X)$
- ryzyko w wartościach bezwzględnych

2. współczynnik zmienności CV:

- ryzyko w wartościach względnych



W zależności od przyjętej definicji ryzyka związanej z ujmowanie ryzyka jako odchylenia lub tylko negatywnego odchylenia można rozpatrywać dwie podstawowe podgrupy w ramach metod probabilistyczno – statystycznych:

- **metody w ujęciu largo, uwzględniające wszystkie wartości odchyżeń zarówno pozytywne jak i negatywne od wartości oczekiwanej zmiennej objaśnianej (np. NPV) analizowanego przedsięwzięcia inwestycyjnego**
- **metody w ujęciu stricte, uwzględniające tylko wartości odchyżeń negatywnych od wartości oczekiwanej zmiennej objaśnianej (np. NPV) analizowanego przedsięwzięcia inwestycyjnego; wówczas szacowane jest „semiryzyko”.**

Zestawienie klasyfikacji metod probabilistyczno – statystycznych



Charakter miary	Largo	Scricte
Bezwzględne	wariancja (σ^2) odchylenie standardowe (σ)	semiwariancja ($S\sigma^2$) semiodchylenie standardowe ($S\sigma$)
względne	współczynnik zmienności CV	semiwspółczynnik zmienności SCV

Źródło: opr. wł.

W przypadku wykorzystywania **metod probabilistyczno–statystycznych** konieczne jest ustalenie następujących podstawowych założeń:



- 1. horyzontu czasowego analizy**
- 2. metody oceny opłacalności przedsięwzięcia inwestycyjnego stanowiącej podstawę dla analizy ryzyka**
- 3. sposobu szacowania prawdopodobieństwa dla danych losowych zmiennych objaśniających**
- 4. wzajemnej zależności przepływów pieniężnych netto w czasie. Koniecznym jest określenie czy przepływy pieniężne są zależne czy też niezależne w czasie**
- 5. prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych poziomów przepływów pieniężnych netto**

Horyzont czasowy analizy określany jest przez okres życia przedsięwzięcia inwestycyjnego ($t = 0 \dots n$ okresów).

- Najczęściej **metody probabilistyczno–statystyczne** opierają się na metodzie NPV i kryterium decyzyjnym zbudowanym w oparciu o tę metodę.



Prawdopodobieństwo zaistnienia określonej wartości losowych zmiennych objaśniających może być wyznaczone w trojaki sposób:



- **jako prawdopodobieństwa a priori ustalone na podstawie matematycznych prawidłowości dotyczących zależności między różnymi przewidywanymi poziomami zmiennych,**
- **jako prawdopodobieństwa a posteriori ustalane na podstawie doświadczeń z przeszłości dotyczących realizacji przedsięwzięć inwestycyjnych w podobnych warunkach,**
- **jako prawdopodobieństwa subiektywne wyznaczone przez podejmującego decyzję na podstawie jego doświadczenia, intuicji oraz subiektywnej oceny decydenta**



Strumienie przepływów pieniężnych netto związane z danym przedsięwzięciem inwestycyjnym mogą być w czasie:

- **Niezależne**
- **Zależne**

Przepływy pieniężne netto są niezależne:



- w przypadku, gdy, ich wartość w danym okresie t nie zależy od osiągnięcia określonych wartości przepływów pieniężnych netto w poprzednich okresach ($t - 1; 2...$),
- to wariancja wartości NPV zdeterminowana jest tylko wariancją przepływów pieniężnych netto w poszczególnych okresach (latach) przy danej stopie dyskontowej, a więc stanowi ich sumę.



Przepływy pieniężne netto są zależne:

- **kiedy ich wartość w okresie t zależy od wartości przepływów pieniężnych netto osiągniętych w poprzednich okresach ($t - 1; 2...$) - tzn. prawdopodobieństwa ich wystąpienia są uwarunkowane uprzednio realizowanymi przepływami pieniężnymi netto,**
- **to przy obliczaniu wariacji wartości zdyskontowanej netto (NPV), niezbędne jest uwzględnienie kowariancji przepływów pieniężnych netto w czasie.**

Prawdopodobieństwa wystąpienia różnych poziomów losowych zmiennych objaśniających odznaczają się trzema właściwościami:



- **prawdopodobieństwa osiągnięcia poziomu losowej zmiennej objaśniającej, które nie mogą się zdarzyć lub są nieosiągalne są równe zeru,**
- **suma prawdopodobieństw wszystkich możliwych wartości losowych zmiennych objaśniających jest równa jeden,**
- **prawdopodobieństwo określonego ciągu poziomów losowych zmiennych objaśniających musi być równe sumie prawdopodobieństw każdego poziomu tych zmiennych w tym ciągu.**

Procedura postępowania w metodach probabilistyczno – statystycznych



Metody probabilistyczno – statystyczne algorytm postępowania

Przedsięwzięcia inwestycyjne o niezależnych przepływach pieniężnych netto (przypadek 1)

Przedsięwzięcia inwestycyjne o zależnych przepływach pieniężnych netto (przypadek 2)

Wariant rozszerzony
Przypadek 1a

Wariant uproszczony
Przypadek 1b

Źródło: opr. wł.



Występują **dwie propozycje** szacowania odchylenia standardowego NPV oraz współczynnika zmienności NPV dla przedsięwzięć o niezależnych saldach przepływów pieniężnych (przypadek 1):

- 1.** pierwsza z nich polega na szacowaniu wartości oczekiwanej przepływów pieniężnych netto (NCF) i dopiero w drugim kroku wartości oczekiwanej NPV,
- 2.** druga propozycja polega zaś na bezpośrednim wyliczaniu wartości NPV w oparciu o analizę scenariuszy i dopiero w następnym kroku obliczanie wartości oczekiwanej NPV



**Gdy przyjmie się założenie, iż przepływy
pieniężne netto danego przedsięwzięcie
inwestycyjnego są zależne,
wykorzystywana jest metoda
kowariancji.**

Szacowanie probabilistycznie – statystycznych miar ryzyka dla przedsięwzięć inwestycyjnych o niezależnych przepływach pieniężnych netto



Etap I

Oszacowanie wartości oczekiwanej przepływów pieniężnych netto $E(NCF_t)$ dla każdego kolejnego okresu t według wzoru:

$$E(NCF_t) = \sum_{j=1}^J NCF_{jt} p_{jt}$$

gdzie:

$E(NCF_t)$ – wartość oczekiwana NCF w roku t ,

NCF_{jt} – j -ty poziom NCF w roku t ,

p_{jt} – prawdopodobieństwo wystąpienia j -tego poziomu NCF w roku t przy spełnieniu następującego warunku:

$$\sum_{j=1}^J p_{jt} = 1$$

Etap II



Po obliczeniu wartości oczekiwanej wszystkich przepływów pieniężnych netto dla wszystkich okresów należy oszacować **wartość oczekiwaną NPV**:

$$E(NPV) = \sum_{t=0}^n E(NCF_t) a_t$$

gdzie: $a_t =$

$$a_t = \frac{1}{(1+k_{RF \text{ lub } WACC})^t}$$

gdzie:

k_{WACC} – stopa dyskonta oparta na historycznym poziomie średnioważonego kosztu kapitału,

k_{RF} – stopa dyskonta oparta na rentowności inwestycji bez ryzyka.



Stopa dyskontowa przyjmowana jest w tym przypadku na poziomie bazowym, tj. nie uwzględniającym premii za ryzyko.

- **U podstaw takiego podejścia leży założenie, że w sytuacji, kiedy ryzyko jest rozważane oddzielnie, włączenie premii za ryzyko do stopy dyskontowej podnosiłoby tę stopę do niewłaściwego poziomu, wpływając w efekcie na zniżenie wartości oczekiwanej NPV.**

Etap III

W kolejnym kroku obliczana jest wariancja przepływów pieniężnych netto:

$$\sigma^2_{NCF_t} = \left[\sum_{j=1}^J (NCF_{j_t} - E(NCF_t))^2 \right] p_{j_t}$$

oraz wariancja NPV

$$\sigma^2_{NPV_t} = \sum_{t=0}^n (\sigma^2_{NCF_t}) a_t$$

Etap IV



Z uwagi na fakt, że wariancja jest pojęciem nieinterpretowalnym obliczane jest odchylenie standardowe NPV (δNPV):

$$\sigma_{NPV} = \sqrt{\sigma_{NPV}^2}$$



Odchylenie standardowe:

- informuje, o ile średnio wartość NPV analizowanego przedsięwzięcia inwestycyjnego może odchylić się (in plus jak i in minus) od wartości oczekiwanej $E(NPV)$ danego przedsięwzięcia inwestycyjnego,
- jest bezwzględną miarą ryzyka przedsięwzięcia inwestycyjnego,
- im jest **wyższe** tym ryzyko jest wyższe.

Etap V



Ostatnim etapem tego procesu jest szacowanie współczynnika zmienności wartości zaktualizowanej netto:

$$CV_{NPV} = \frac{\delta_{NPV}}{E(NPV)}$$

Współczynnik zmienności:

- określa **ile jednostek ryzyka** przypada na jednostkę wartości oczekiwanej NPV,
- jest **względną miarą ryzyka przedsięwzięcia inwestycyjnego**,
- **im jest wyższy tym jest większy poziom ryzyka przedsięwzięcia inwestycyjnego.**



W przypadku analizowania ryzyka tylko w kategorii negatywnego odchylenia, metody:

- **semiodchylenia standardowego**
- **semiwspółczynnika zmienności**



Miary te związane są ściśle z klasycznym odchyleniem standardowym i klasycznym współczynnikiem zmienności.



Jednakże w tym przypadku uwzględnia się jedynie ujemne odchylenie od wartości oczekiwanej.

Semiwariancja NCF dla kolejnych okresów.

$$S\sigma^2_{NCF} = \sum_{j=1}^J z_{jt} p_{jt}$$

$$\sum_{j=1}^J p_{jt} = 1_{jt}$$

gdzie: p_{jt} – prawdopodobieństwo wystąpienia j – tego poziomu NCF w roku t

$$z_{jt} = [(NCF_{jt} - E(NCF_t))^2, \text{ dla } NCF_{jt} - E(NCF_t) < 0 \text{ i } 0 \text{ dla } NCF_{jt} - E(NCF_t) \geq 0]$$





Następnie obliczana jest semiwariancja NPV zgodnie ze wzorem:

$$S\sigma^2_{NPV} = \sum_{t=0}^n (S\sigma^2_{NCF_t}) a_t$$

oraz **semiodchylenie standardowe wartości NPV**

$$S\sigma_{NPV} = \sqrt{\sum_{t=0}^n (S\sigma^2_{NCF_t}) a_t}$$

Semiodchylenie standardowe jest absolutną miarą ryzyka negatywnego przedsięwzięcia inwestycyjnego i jest interpretowane w następujący sposób:

O jaką wartość negatywnie może odchylić się NPV od wartości oczekiwanej?





Względną miarą negatywnego ryzyka przedsięwzięcia inwestycyjnego jest semiwspółczynnik zmienności NPV

$$SCV_{NPV} = \frac{S\delta_{NPV}}{E(NPV)_t}$$

Przy podejmowaniu bezwzględnych decyzji inwestycyjnych generalnie stosuje się klasyczną formułę łącznego pomiaru ryzyka



- **W większości przypadków NPV przedsięwzięcia inwestycyjnego ma rozkład zbliżony do rozkładu normalnego symetrycznego, stąd semiwariancja w przybliżeniu odpowiada połowie wariancji, a więc wykorzystanie tych dwóch rodzajów mierników ryzyka może dać zbliżone wyniki.**



Przy szacowaniu odchylenia standardowego NPV, odchylenia możliwych wartości NCF od wartości oczekiwanych podnosi się do kwadratu.

Może to powodować, że szacunek ryzyka będzie zawyżony.

- **Wykorzystywanie kategorii odchylenia przeciętego pozwala korygować to niebezpieczeństwo.**



Odchylenie przeciętne:

- jest to średnia ważona wartości bezwzględnych odchyłeń możliwych poziomów NPV przy określonym poziomie prawdopodobieństwa

$$d\sigma_{NCF_t} = \sum_{j=1}^J \left| NCF_{j_t} - E(NCF_t) \right| p_{j_t}$$

- wskazuje, o ile średnio różnią się możliwe wartości NPV od wartości oczekiwanej NPV.



W oparciu o oszacowane odchylenie przeciętne NCF ($d\delta NCF_t$) można oszacować:

- odchylenie przeciętne wartości NPV:

$$d\sigma_{NPV_t} = \sum_{t=0}^n d\sigma_{NCF_t} a_t$$

- przeciętny współczynnik zmienności:

$$dCV_{NPV} = \frac{d\delta_{NPV}}{E(NPV)}$$



Podstawowym problemem związanym z szacowaniem statystycznych miar ryzyka w przypadku wariantu rozszerzonego jest znalezienie podstaw do określania różnych możliwych wartości przepływów pieniężnych netto i prawdopodobieństw ich występowania.

- **Jednym ze źródeł informacji o możliwych wartościach przepływów pieniężnych netto jest analiza wrażliwości, zwłaszcza ta prowadzona na modelu zdezagregowanym.**
- **Trudno jednak w bardziej złożonych kombinacjach przejść od prawdopodobieństw wystąpienia określonych wartości pojedynczych przepływów pieniężnych netto do łącznego prawdopodobieństwa wszystkich przepływów pieniężnych netto w całym okresie życia przedsięwzięcia inwestycyjnego.**

Szacowanie probabilistyczno–statystycznych miar ryzyka dla przedsięwzięć inwestycyjnych o niezależnych przepływach pieniężnych netto



- **Analiza scenariuszowa** stanowi podstawę wariantu uproszczonego szacowania statystycznych miar ryzyka dla przedsięwzięć inwestycyjnych o niezależnych przepływach pieniężnych netto.



W **I etapie** należy określić poziom prawdopodobieństwa dla poszczególnych przyjętych scenariuszy.

Najczęściej w literaturze postuluje się, aby przyjmować:

- dla obu skrajnych scenariuszy tj. optymistycznego i pesymistycznego prawdopodobieństwa na poziomie **0,25**
- zaś dla scenariusza bazowego **0,5**.

Są też propozycje zrywających z założeniem symetrycznego rozkładu prawdopodobieństwa.



M Siudak proponuje na przykład przyjęcie następujących prawdopodobieństw dla:

- Scenariusza optymistycznego **0,10**
- Bazowego **0,7**
- Pesymistycznego **0,2**



P. Szczepankowski przedstawia propozycję, w której prawdopodobieństwa wynoszą dla:

- **Scenariusza optymistycznego 0,3**
- **Bazowego 0,6**
- **Pesymistycznego 0,1**

W II etapie szacowana jest wartość oczekiwana NPV



$$E(NPV) = p_{opt} NPV_{opt} + p_b NPV_b + p_{pes} NPV_{pes},$$

gdzie:

NPV_{opt} , NPV_{baz} i NPV_{pes} oznaczają wartości NPV obliczone odpowiednio dla scenariusza optymistycznego, bazowego i pesymistycznego

p_{opt} , p_b , p_{pes} – prawdopodobieństwa zajścia określonego scenariusza

Zakres czynności składających się na **etap trzeci** obejmuje:



- **oszacowanie wariancji:**

$$\sigma^2_{NPV} = p_{baz} ((NPV_{baz} - E(NPV))^2) + p_{opt} ((NPV_{opt} - E(NPV))^2) + p_{pes} ((NPV_{pes} - E(NPV))^2)$$

- **odchylenia standardowego**

$$\sigma_{NPV} = \sqrt{\sigma_{NPV}^2}$$

W ostatnim etapie szacowany jest współczynnik
zmienności



$$CV_{NPV} = \frac{\delta_{NPV}}{E(NPV)}$$

Przykład



Rodzaj scenariusza	Prawdopodobieństwa wystąpienia (p_i)	Wartość NPV
pesymistyczny	0,1	-200
umiarkowanie pesymistyczny	0,1	0
bazowy	0,3	200
umiarkowanie optymistyczny	0,3	400
optymistyczny	0,2	600
Źródło: opr. wł		

$$E(NPV) = (0,1)x(-200) + (0,1)x(0) + (0,3)x(200) + (0,3)x(400) + (0,2)x(600) = 280$$

$$\delta^2_{NPV} = 0,1(-200 - 280)^2 + 0,1(0 - 280)^2 + 0,3(200 - 280)^2 + 0,3(400 - 280)^2 + 0,2(600 - 280)^2 = 57\ 600$$

$$\delta_{NPV_A} = \sqrt{57\ 600} = 240$$

$$CV = \frac{240}{280} = 0,85$$

Szacowanie probabilistyczno–statystycznych miar ryzyka dla przedsięwzięć inwestycyjnych o zależnych przepływach pieniężnych netto



- **Dla przedsięwzięć o zależnych saldach przepływów pieniężnych netto procedura szacowania poszczególnych statystycznych miar ryzyka jest odmienna niż w przypadku sald niezależnych.**

Zakłada się, bowiem, że:

- w roku $t = 1$ występują i – te salda NCF_{1i} oraz odpowiadające im wskaźniki prawdopodobieństwa p_{1i}
- w roku $t = 2$ występują j – te salda NCF_{2j} oraz odpowiadające im wskaźniki prawdopodobieństwa p_{2j}
- prawdopodobieństwa p_{2j} mają charakter prawdopodobieństw warunkowych.



Zapis p_{2j} (NCF_{2j} / NCF_{1i}) oznacza, że istnieje prawdopodobieństwo osiągnięcia przepływów pieniężnych netto w kolejnym okresie (drugim roku) w wysokości NCF_{2j} pod warunkiem wcześniejszego wystąpienia przepływu pieniężnego netto w wysokości NCF_{1i} w roku pierwszym.



- W rezultacie w roku t uzyskanie możliwych NCF będzie zależne od tego, jaka wartość (wariant) NCF wystąpił w poprzednim okresie ($t - 1$).

Przyjmuje się dla przepływów pieniężnych netto formułę prawdopodobieństwa warunkowego, przy założeniu, iż:



- **całkowite nakłady inwestycyjne (wydatki inwestycyjne) są jednorazowe i ponoszone w okresie $t = 0$,**
- **w przedsięwzięciu inwestycyjnym nie uwzględnia się księgowej wartości likwidacyjnej,**
- **wpływy i wydatki w fazie operacyjnej są różne w czasie i zależne**



W teorii prawdopodobieństwa osiągnięcia :

- **NCF** p_{11} (**NCF**₁₁) i p_{12} (**NCF**₁₂) ... p_{1i} (**NCF**_{1i}) określane są jako prawdopodobieństwa a priori, ponieważ poziomy ich kształtowania, są wyznaczane przed określeniem możliwości realizacji **NCF** w następnym roku.



W pierwszej kolejności należy określić salda NCF w roku $t = 1$, a dopiero potem prawdopodobieństwa warunkowe p_{2j} (NCF_{2j} / NCF_{1i}), które w teorii rachunku prawdopodobieństwa noszą nazwę a posteriori.

$$p_{2j} (NCF_{2j} / NCF_{1i}) = p (NCF_{1i} \cap NCF_{2j}) / p_{1i} (NCF_{1i})$$

gdzie:

$p (NCF_{1i} \cap NCF_{2j})$ – prawdopodobieństwo osiągnięcia salda NCF_{1i} w roku $t = 1$ i salda NCF_{2j} w roku $t = 2$ czyli jednoczesne wystąpienie tych dwóch zdarzeń, symbol \cap oznacza koniunkcję obu zdarzeń

Wobec tego prawdopodobieństwo wystąpienia w jednym i drugim roku salda NCF_{1i} i NCF_{2j} jest równe:



$$p(NCF_{1i} \cap NCF_{2j}) = p_{1i}(NCF_{1i}) \times p_{2j}(NCF_{2j} / NCF_{1i})$$

Prawdopodobieństwo wystąpienia NCF_{1i} w pierwszym roku i NCF_{2j} w drugim roku jest równe iloczynowi prawdopodobieństwa zajścia NCF_{1i} w pierwszym roku i prawdopodobieństwa zajścia NCF_{2j} w drugim roku pod warunkiem, iż w pierwszym roku wystąpił NCF_{1i} .



Procedura szacowania statystyczne miar ryzyka jest kilku etapowa i obejmuje:

- **Szacowanie** wartości NPV dla wszystkich możliwych kombinacji NCF.
- **Obliczenie** wartości oczekiwanej NPV

$$E(NPV) = \sum_{j=1}^m p_j NPV_j$$

gdzie:

m – oznacza liczbę różnych możliwych kombinacji strumieni NCF,

$p_j = p_{1i} (NCF_{1i} \cap NCF_{2j})$ – prawdopodobieństwa wystąpienia salda

$NCF_{1i} \cap NCF_{2j}$.



W ostatnim kroku szacowane jest:

- **odchylenie standardowe**

$$\sigma_{NPV} = \sqrt{\sum_{j=1}^m [(NPV_j - E(NPV))]^2 p_j}$$

- **współczynnik zmienności**

$$CV_{NPV} = \frac{\delta_{NPV}}{E(NPV)}$$

Przykład



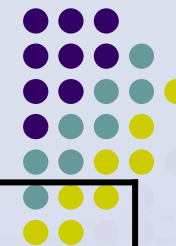
- **Przedsiębiorstwo ocenia efektywność przedsięwzięcia inwestycyjnego o trzyletnim ekonomicznym okresie życia (1 rok – faza budowy i dwa lata fazy operacyjnej).**
- **Na jego realizację konieczne jest poniesienie nakładów inwestycyjnych w fazie budowy (pierwszym okresie) w kwocie 50 mln zł.**
- **Rozłożenie w czasie przepływów pieniężnych netto w drugim roku fazy operacyjnej jest zależne od przepływów pieniężnych netto uzyskanych w pierwszym roku fazy operacyjnej.**



- **W pierwszym roku fazy operacyjnej możliwe są do uzyskania przepływy pieniężne netto w wysokości 40 mln oraz 35 mln.**
- **Przepływy te mogą zostać zrealizowane z prawdopodobieństwem odpowiednio 0,6 i 0,4.**
- **W drugim okresie fazy operacyjnej przepływy pieniężne netto są zależne od tego, który z przepływów pieniężnych netto zostanie osiągnięty w pierwszym okresie fazy operacyjnej.**

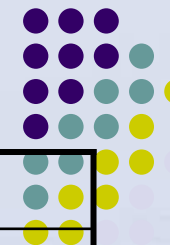


- **Jeżeli w pierwszym okresie zostanie osiągnięty przepływ pieniężny netto w wysokości 40 mln, to w roku drugim przepływy pieniężne netto mogą wynieść odpowiednio 25 mln przy prawdopodobieństwie 0,5; 33 mln przy prawdopodobieństwie 0,3 oraz 42 mln przy prawdopodobieństwie 0,2.**
- **Natomiast, jeżeli w pierwszym okresie przepływ pieniężny netto będzie miał wartość 35 mln to w drugim okresie przepływy pieniężne mogą wynieść 20 mln z prawdopodobieństwem 0,7 i 34 mln z prawdopodobieństwem 0,3.**



$t = 0$		$t = 1$		$t = 2$	
NCF_0	$p_0 NCF_0$	NCF_{1i}	$p_{1i} (NCF_{1i})$	NCF_{2j}	$p_{2j} (NCF_{2j} / NCF_{1i})$
- 50	1,0	40	06	25	0,5
				33	0,3
				42	0,2
				20	0,7
		35	0,4	34	0,3

Źródło: Ostrowska E.: *Ryzyko inwestycyjne*; Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego; Gdańsk 1999r



<i>Salda NCF ($NCF_{1i} \cap NCF_{2j}$)</i>			<i>= $p(NCF_{1i} \cap NCF_{2j})$</i>		
40 i 25			0,6 x 0,5 = 0,3		
40 i 33			0,6 x 0,3 = 0,18		
40 i 42			0,6 x 0,2 = 0,12		
35 i 20			0,4 x 0,7 = 0,28		
35 i 34			0,4 x 0,3 = 0,12		
<i>NCF_0</i>	<i>NCF_1</i>	<i>NCF_2</i>	<i>p_j</i>	<i>NPV_j</i>	<i>$p_j NPV_j$</i>
- 50	40	25	0,3	7,02	2,106
- 50	40	33	0,18	13,63	2,453
- 50	40	42	0,12	21,07	2,528
- 50	35	20	0,28	-1,65	-0,462
- 50	35	34	0,12	9,92	1,190

Źródło; opr wł. Na podstawie Ostrowska E.: *Ryzyko inwestycyjne*; Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego; Gdańsk 1999r



- **wartości oczekiwana**

$$E(NPV) = 2,106 + 2,453 + 2,582 - 0,462 + 1,190 = 7,81$$

- **odchylenie standardowe (δ (NPV)) wynosi 7,28:**

$$0,3(7,02 - 7,81)^2 + 0,18(13,63 - 7,81)^2 + 0,12(21,07 - 7,81)^2 + \\ + 0,28(-1,65 - 7,81)^2 + 0,12(9,92 - 7,81)^2$$

- **współczynnik zmienności**

$$CV_{NPV} = \frac{7,28}{7,81} = 0,93$$

Zalety i wady metod probabilistyczno-statystycznych



Zalety	Wady
1. Pomiar ryzyka przeprowadzany jest miarami obiektywnymi (odchyleniem standardowym i współczynnikiem zmienności)	1. Skomplikowane procedury szacowania , 2. Konieczność przyjmowania dużej ilości założeń, 3. Trudności w oszacowaniu prawdopodobieństwa zarówno w odniesieniu do przepływów pieniężnych netto jak również poszczególnych scenariuszy.
Źródło: opr. wł. na podstawie pozycji literaturowych	

Analiza symulacja zwana Monte Carlo



- **Eliminuje dwie podstawowe wady analizy scenariuszy dotyczące:**

- ograniczonej ilości badanych scenariuszy
- założenia o dodatniej korelacji pomiędzy niezależnymi zmiennymi objaśniającymi

- **Łączy zalety analizy wrażliwości jak i analizy scenariuszy**



**Zastosowanie analizy symulacyjnej w
analizie ryzyka przedsięwzięć
inwestycyjnych zostało po raz pierwszy
przedstawione w 1964r. przez D.B.
Hertza**



- **Jako kryterium decyzyjne służące do przeprowadzenia symulacji przyjmowane jest najczęściej kryterium decyzyjne zbudowane w oparciu o metodę NPV.**
- **Zmiennymi modelu symulacyjnego są zatem czynniki determinujące wartość NPV a tym samym kryterium decyzyjne.**
- **Analiza symulacyjna może wykorzystywać także inne kryteria decyzyjne jak choćby oparte o metodę IRR**

Cykl symulacyjny w analizie Monte Carlo składa się z pięciu podstawowych etapów a mianowicie:



- 1.** konstrukcji modelu finansowego przedsięwzięcia inwestycyjnego, w którym: definiowane są zmienne zdeterminowane i losowe, następnie określone są zależności i wzajemne powiązania pomiędzy zmiennymi losowymi przedsięwzięcia,
- 2.** ustalania hipotetycznego rozkładu prawdopodobieństwa wartości dla każdej zmiennej losowej (obarczonej ryzykiem),
- 3.** losowego wyboru wartości z hipotetycznego rozkładu danej zmiennej losowej i oszacowanie dla niej wartości zmiennej objaśnianej (np. NPV),
- 4.** przeprowadzenie określonej serii symulacji w celu uzyskania jak największej ilości różnych wartości zmiennej objaśnianej,
- 5.** wyznaczanie empirycznego rozkładu wartości zmiennej objaśnianej otrzymanego w wyniku powtórzeń symulacji i estymacja tego rozkładu.



W modelu finansowym należy określić wszystkie najbardziej istotne zmienne mające wpływ na ryzyko przedsięwzięcia wykorzystywane w algorytmach danej metody oceny opłacalności przedsięwzięć inwestycyjnych

Dobór zmiennych zależy od:

- rodzaju przedsięwzięcia inwestycyjnego
- pożądanego stopnia dezagregacji modelu
- zakresu prowadzonej analizy



Liczba zmiennych zdeterminowanych (pewnych) i losowych (obarczonych ryzykiem) może się zmieniać w zależności od potrzeb danej analizy.

W węższym ujęciu (model zagregowany) są to zwykle trzy zmienne losowe:

- stopa dyskonta
- przepływy pieniężne netto
- długość okresu życia przedsięwzięcia inwestycyjnego (lub długość samej fazy operacyjnej).

W modelu zdezagregowanym jako zmienne losowe najczęściej przyjmowane są poszczególne składniki:

- 1. przychodów ze sprzedaży,**
- 2. kosztów operacyjnych,**
- 3. nakładów inwestycyjnych.**





D. B. Hertz w analizie symulacyjnej założył zmienność dziewięciu podstawowych zmiennych pogrupowanych w trzech obszarach (model zdezagregowany):

1. Rynek:

- rozmiary rynku,
- tempo wzrostu rynku,
- ceny sprzedaży,
- udział w rynku,

2. Przedsięwzięcie inwestycyjne:

- całkowite nakłady inwestycyjne,
- długość okresu życia przedsięwzięcia inwestycyjnego,
- księgowa wartość likwidacyjna (rezydualna).

3. Koszty operacyjne:

- jednostkowy koszt zmienny,
- Koszty stałe.

Ustalanie hipotetycznego rozkładu zmiennych losowych



- **Określenie zakresu wartości danej zmiennej jest łatwiejsze od wyznaczenia konkretnej wartości danej zmiennej ex ante.**
- **Granice tego zakresu zależą bezpośrednio od stopnia pewności decydenta, co do jego oczekiwań w zakresie kształtowania się danej zmiennej.**
- **Na tym etapie analizy konieczna jest znajomość wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego, które stanowią główne parametry wykorzystywane w opisie rozkładu (normalnego) NPV.**
- **Obliczenie odchylenia standardowego jest możliwe na podstawie informacji ex post dotyczących kształtowania się danej zmiennej losowej w zbliżonych przedsięwzięciach realizowanych w przeszłości.**



W teorii postuluje się, aby dla uproszczenia procedury przyjmować dla wszystkich zmiennych:

- **rozkład normalny** – do określenia konkretnego rozkładu wystarczy podanie wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego,
- **rozkład jednostajny** – aby określić konkretny rozkład wystarczy podanie wartości minimalnej i maksymalnej.

Losowy wybór wartości z hipotetycznego rozkładu danej zmiennej losowej i wyznaczenie dla niej wartości wyjściowej (zmiennej objaśnianej, np. NPV)



- Algorytm komputerowy wybiera losowo dla każdej zmiennej losowej konkretną wartość z hipotetycznego rozkładu prawdopodobieństw tej zmiennej.
- Następnie szacowana jest dla tych zmiennych wartość zmiennej objaśnianej (np. NPV).



Mogą istnieć dwa rodzaje zależności między zmiennymi losowymi:

- **Zmienne są zależne**
- **Zmienne są niezależne**

W przypadku przyjęcia założenia, iż zmienne te są niezależne oddzielnie losowane są wartości dla każdej zmiennej, a następnie obliczana jest wartość zmiennej objaśnianej (np. NPV).



- **W przeciwieństwie do analizy scenariuszowej w tym przypadku jedna wartość zmiennej może być powiązana zarówno z wysoką, jak i z niską wartością drugiej zmiennej.**

Natomiast w przypadku założenia, że zmienne losowe są wzajemnie zależne, co jest konieczne w wypadku, w którym zmienne są powiązane:



- **przez zależności matematyczne (przyczynowo – skutkowe),**
- **lub gdy są w dużym stopniu skorelowane.**

Niezależne losowanie pojedynczych zmiennych losowych często może powodować powstawanie niewłaściwych zbiorów zmiennych losowych (np. wysokiemu poziomowi sprzedaży towarzyszy niska wartość podatku dochodowego).



W celu zabezpieczenia się przed takimi przypadkami w jednym cyklu symulacyjnym losuje się tylko jedną zmienną losową, a pozostałe zmienne skorelowane przyjmowane są a priori w zależności od uprzednio wylosowanej wartości pierwszej zmiennej losowej.



Seria cykli symulacyjnych

- **Etap ten obejmuje obliczenia komputerowe serii wartości NPV**
- **Te wartości będą w kolejnym etapie symulacji podstawą do wyznaczania empirycznego rozkładu zmiennej objaśnianej będącej miarą opłacalności przedsięwzięcia inwestycyjnego.**
- **Liczba cykli symulacyjnych jest równa liczbie powtórzeń procedury generowana wartości dla każdej zmiennej losowej oraz obliczania wartości zmiennej objaśnianej na podstawie tychże wygenerowanych wartości zmiennych losowych.**

Wyznaczanie empirycznego rozkładu otrzymanych wartości zmiennej objaśnianej i jego estymacja



- **Seria cykli symulacyjnych służy analizie częstości występowania otrzymanych szacunków zmiennej objaśnianej (np. NPV), które stanowią podstawę do ustalenia funkcji gęstości prawdopodobieństwa dla tej zmiennej.**

Następnie na podstawie ustalonego empirycznego rozkładu wartości danej zmiennej objaśnianej (np. NPV) estymuje się dla danego przedsięwzięcia inwestycyjnego parametry jej rozkładu.



W przypadku:

- rozkładu zbliżonego do normalnego:
 - **wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe**
- asymetrycznego
 - **medianę, dominantę oraz odchylenie kwantylowe**
- rozkładu jednostajnego
 - **wartości minimalną i maksymalną**



**Schemat symulacji Monte Carlo w
oparciu o metodę NPV
zaproponowany przez D. Hertz'a**

Kategorie zmiennych wybierane do symulacji Monte Carlo przy próbach obliczania NPV



Wartości prawdopodobieństw dla istotnych czynników

Losowy wybór grup czynników pod względem prawdopodobieństwa wystąpienia w przyszłości

Obliczanie NPV
Dla każdej kombinacji grup czynników

Wielokrotne, losowe wybieranie zestawów danych

Zapisywanie rozkładu NPV

Źródło: opr. wł. na podstawie D.B. Hertz Risk Analysis in Capital Investments Harvard Business Review January – February 1964, s. 95-106.

Zakres praktycznego stosowania metody symulacyjnej w analizie ryzyka przedsięwzięcia inwestycyjnego zależy głównie od kilku czynników takich jak:



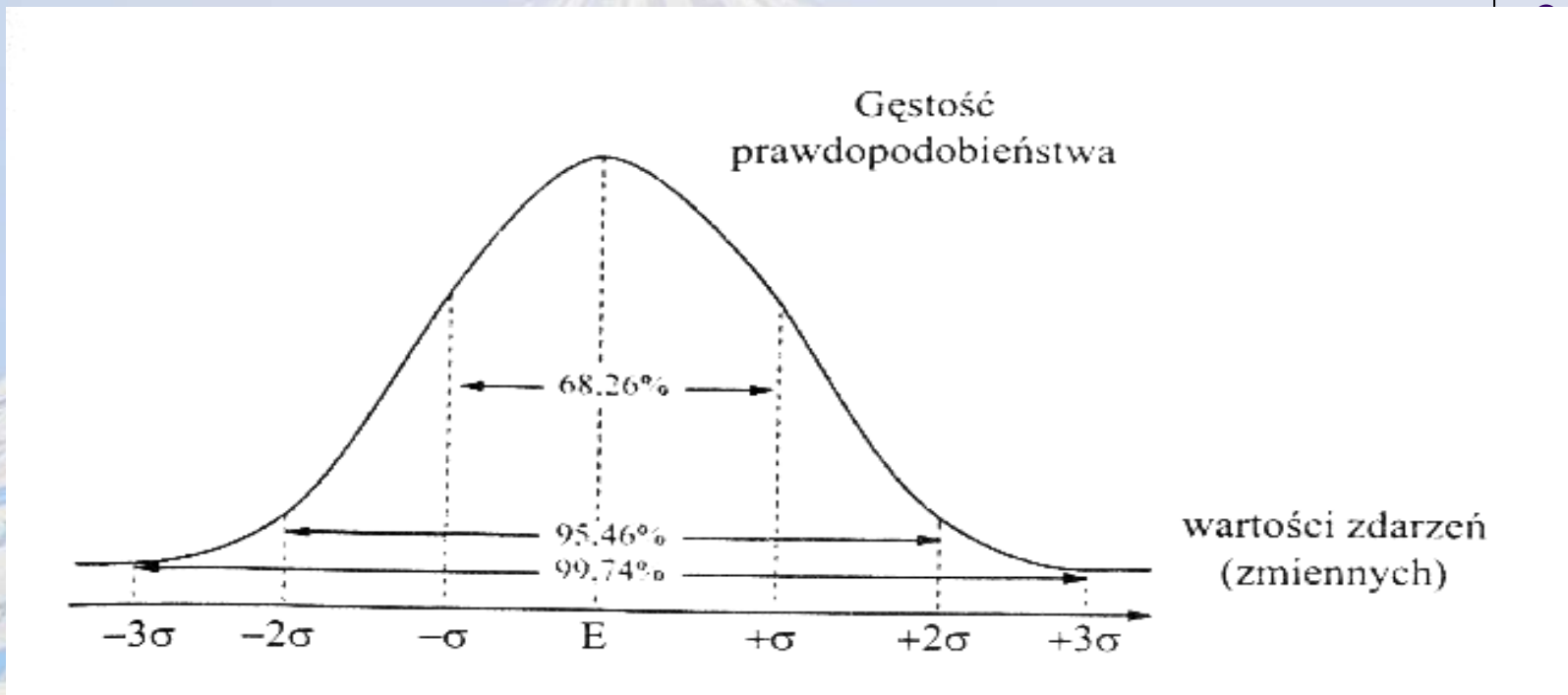
- 1. dostępność informacji niezbędnych do przeprowadzenia analizy - brak informacji może stanowić, bowiem znaczącą barierę stosowania tej metody,**
- 2. wielkość i ranga przedsięwzięcia inwestycyjnego, które to czynniki determinują koszt analiz - dla małych przedsięwzięć koszt przeprowadzenia analizy symulacyjnej może być zbyt wysoki,**
- 3. okres życia przedsięwzięcia inwestycyjnego; im jest on dłuższy tym większe znaczenie odgrywa analiza symulacyjna,**
- 4. wiedzy oraz zainteresowania decydentów nowymi nowoczesnymi metodami analizy ryzyka przedsięwzięć inwestycyjnych. 22**



Wykorzystując wyznaczony w analizie symulacyjnej rozkład statystyczny NPV można szacować prawdopodobieństwo osiągnięcia przez NPV wartości:

- 1. z określonego przedziału**
- 2. większej lub mniejszej od określonej wartości**

Właściwości te mają ogromne znaczenie, gdyż uzupełniają kryterium decyzyjne o element prawdopodobieństwa jego osiągnięcia.



Źródło: opr. wł.

Jeśli rozkład NPV jest ciągły i w przybliżeniu normalny, to prawdopodobieństwo, iż NPV danego przedsięwzięcia inwestycyjnego znajdzie się w przedziale:

-[E(NPV) - $1\delta_{NPV}$; E(NPV) + $1\delta_{NPV}$] - wynosi 68,3%,

-[E(NPV) - $2\delta_{NPV}$; E(NPV) + $2\delta_{NPV}$] - wynosi 95,5%

-[E(NPV) - $3\delta_{NPV}$; E(NPV) + $3\delta_{NPV}$] - wynosi (99,7%).

© Waldemar Rogowski

Bardzo ważną informacją w procesie decyzyjnym jest określenie prawdopodobieństwa zaistnienia zdarzenia, polegającego na tym, że:

- **NPV danego przedsięwzięcia inwestycyjnego będzie wynosiła określoną wartość.**





W tym przypadku stosowana jest forma wystandaryzowanego rozkładu normalnego, dla którego za pomocą standaryzacji szacowana jest nowa wartość: **zmienna Z**

$$z = \frac{x - E(NPV)}{\sigma_{NPV}}$$

gdzie:

z - zmienna wystandaryzowana,

x - zakładane wartości analizowanej zmiennej.

Tablica rozkładu zmiennej wystandaryzowanej Z



Wartość Z	Prawdopodobieństwo, iż wartość badanej zmiennej (np. NPV) W przypadku dodatnich wartości z jest większe niż $E(NPV) + z\delta$ W przypadku ujemnych wartości z jest mniejsze niż $E(NPV) - z\delta$
0,0	0,5
0,1	0,4602
0,2	0,4207
0,3	0,3821
0,4	0,3446
0,5	0,3085
0,6	0,2743
0,7	0,242
0,8	0,2119
0,9	0,1841
1,0	0,1587

Tablica rozkładu zmiennej wystandaryzowanej Z - c.d.



Wartość Z	Prawdopodobieństwo, iż wartość badanej zmiennej (np. NPV) W przypadku dodatnich wartości z jest większe niż $E(NPV) + z\delta$ W przypadku ujemnych wartości z jest mniejsze niż $E(NPV) - z\delta$
1,1	0,1357
1,2	0,1151
1,3	0,0968
1,4	0,0808
1,5	0,0668
1,6	0,0548
1,7	0,0446
1,8	0,0359
1,9	0,0287
2	0,0228
2,5	0,0062
3	0,0013

Źródło: tablice statystyczne



Informację zawartą w tabeli należy odczytywać w sposób następujący:

- dla $Z = -1,4$ odpowiadająca mu wielkość prawdopodobieństwa wynosi 0,0808
- Prawdopodobieństwo, iż dla danego przedsięwzięcia inwestycyjnego:

NPV < określonej wartości (x) wynosi 8,08%,

NPV > od określonej wartości (x) wynosi

$1 - 0,0808 = 0,9192$ tzn. 91,92%.

Zalety i wady analizy symulacyjnej



Zalety	Wady
<ol style="list-style-type: none">1. Umożliwia znacznie dokładniejsze oszacowanie wartości oczekiwanej $E(NPV)$ i ryzyka (mierzonego odchyleniem standardowym) dla każdego analizowanego przedsięwzięcia niż metody probabilistyczno - statystyczne2. Nie zakłada dodatniego skorelowania stanów zmiennych objaśniających3. Nie ogranicza się do analizy kilku wartości zmiennych objaśniających (tak jak ma to miejsce w przypadku analizy scenariuszowej)4. Najbardziej teoretycznie poprawna technika analizy ryzyka z grupy metod pośrednich	<ol style="list-style-type: none">1. Problemem jest określenie rozkładu prawdopodobieństwa zmiennych losowych i korelacji ich rozkładów. Technicznie łatwo jest uwzględnić każdy rodzaj korelacji zmiennych w analizie symulacyjnej: oprogramowanie symulacyjne pozwala na określenie zarówno korelacji zmiennych, jak i korelacji międzyokresowych. Jednak nie jest proste ich merytoryczne uzasadnienie2. Przyjmowane jest w niej założenie, iż zmienne są niezależne, podczas gdy przyjmowane zmienne (czynniki ekonomiczne) są na ogół statystycznie zależne. Zjawiska te powinny być, zatem uważnie rozpatrywane, aby uwzględnić wzajemne współzależności pomiędzy statystycznym rozkładem zmiennych. Ich uwzględnienie zwiększa stopień złożoności modelu3. Konieczność opracowania dużej ilości informacji, oraz określenie siły i kierunku korelacji między zmiennymi losowymi w zakresie wpływów i wydatków pieniężnych4. Konieczność oszacowania hipotetycznych rozkładów prawdopodobieństwa wartości zmiennych losowych. W związku z tym konieczne jest przy tym wykorzystywanie wszystkich dostępnych informacji: historycznych danych o podobnych przedsięwzięciach inwestycyjnych, których często decydent nie posiada w szczególności w przypadku przedsięwzięć rozwojowych
Źródło: opr. wł. na podstawie pozycji literaturowych	

Ilustracja idei bezpośredniego uwzględniania ryzyka w przedsięwzięciach inwestycyjnych w oparciu o metodę NPV



$$NPV = \sum_{t=0}^n \frac{NCF_n}{(1+k)^t}$$

Metoda ekwiwalentu pewności CET

Metoda granicznego okresu zwrotu

Metoda stopy dyskonta z ryzykiem kRADR

Źródło: opr. wł.



- **W metodzie granicznego okresu zwrotu ryzyko jest uwzględniane poprzez arbitralne ustalenie krótkiego okresu zwrotu całkowitych nakładów inwestycyjnych dla przedsięwzięć inwestycyjnych o wysokim poziomie ryzyka.**

Metoda granicznego okresu zwrotu opiera się, więc na trzech podstawowych przesłankach teoretycznych:



- 1. przyjęte szacunki długości okresu życia przedsięwzięcia inwestycyjnego a szczególnie fazy operacyjnej, są często wynikiem mało obiektywnych decyzji i w rzeczywistości znacząco mogą odbiegać od przyjętych założeń**
- 2. im wcześniej zostaną wycofane zainwestowane kapitały, tym mniejsze ryzyko związane z danym przedsięwzięciem**
- 3. korzyści netto w bliskiej przyszłości są bardziej pewne niż korzyści netto w dalszej przyszłości**



- **Istota teoretyczna metody granicznego okresu zwrotu opiera się, więc na minimalizacji okresu zwrotu całkowitych nakładów inwestycyjnych związa-nych z danym przedsięwzięciem inwestycyjnym.**

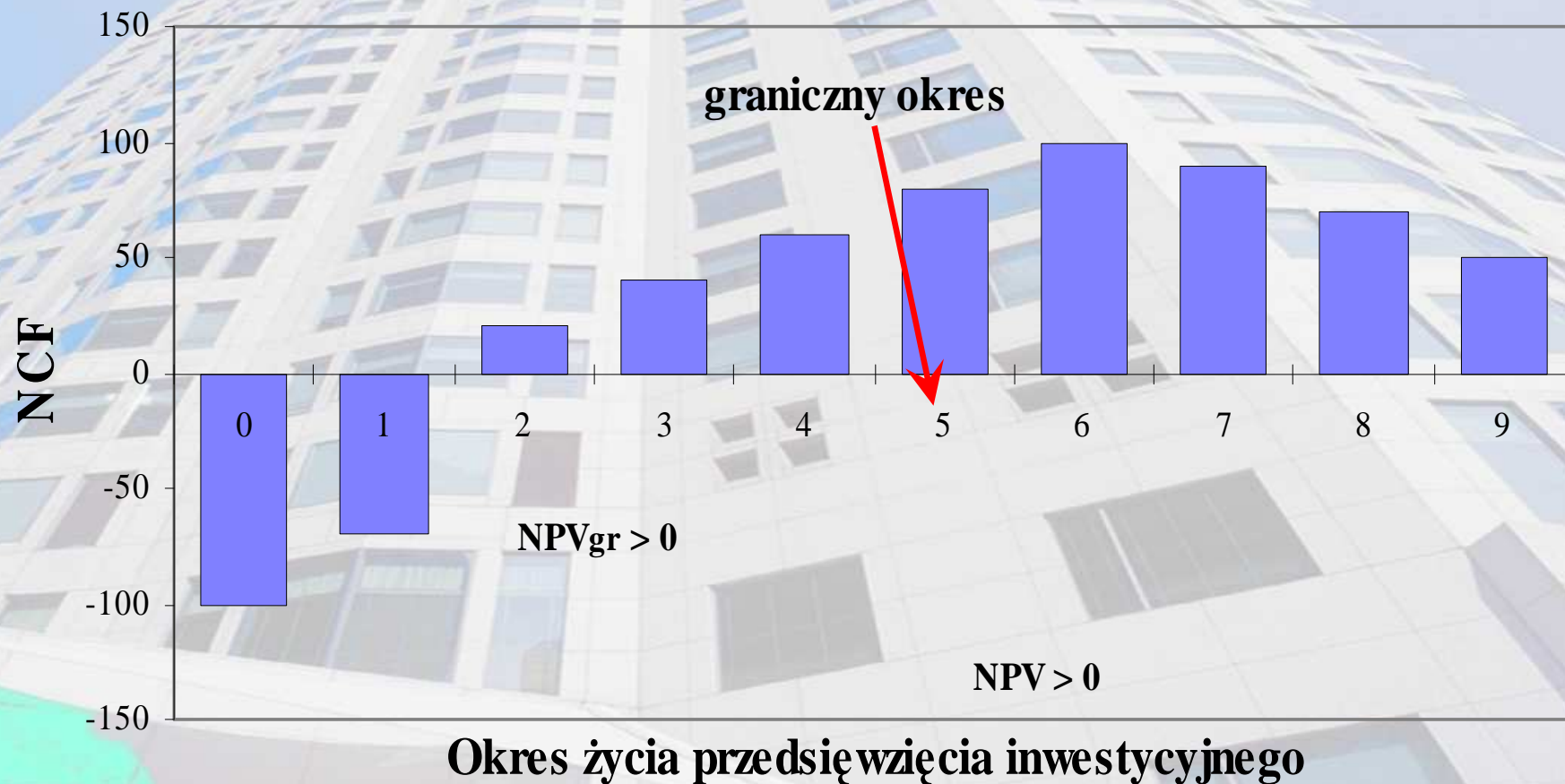


Dla przedsięwzięć typowych, jeżeli wartość NPV w „sztucznie” ograniczonym okresie życia jest większa od zera to także w całym okresie życia przedsięwzięcia wartość NPV będzie większa od zera.

$$NPV_{gr} = \sum_{t=0}^{n_{gr}} \frac{NCF_n}{(1 + k_{RF})^{t_{gr}}} > 0$$

Wynika to z faktu występowania po granicznym okresie zwrotu w przypadku przedsięwzięć typowych tylko dodatnich przepływów pieniężnych netto, które powiększają wartość NPV.

Graficzna prezentacja metody granicznego okresu zwrotu





W przypadku stosowania metody granicznego okresu zwrotu, stopa dyskontowa wykorzystywana do dyskontowania przepływów pieniężnych netto nie zawiera w sobie premii za ryzyko, określana jest, więc jako stopa bez ryzyka (kRF).

- **Założenie powyższe jest przyjmowane z uwagi na to, aby ryzyko nie było dwukrotnie uwzględniane w algorytmie metody NPV (raz w skróconym okresie życia przedsięwzięcia inwestycyjnego raz w stopie dyskonta).**



Kryterium decyzyjne będące podstawą podjęcia bezwzględnej decyzji inwestycyjnej oparte na metodzie NPV jako metodzie oceny opłacalności przedsięwzięcia inwestycyjnego oraz metodzie granicznego okresu zwrotu jako metodzie analizy ryzyka można sformułować w sposób następujący:

- **$NPV_{ngr} > 0$** – przedsięwzięcie inwestycyjne jest opłacalne, może być realizowane,
- **$NPV_{ngr} = 0$** – przedsięwzięcie inwestycyjne jest neutralne, może być realizowane,
- **$NPV_{gr} < 0$** – przedsięwzięcie inwestycyjne jest nieopłacalne, nie może być realizowane.

Przy określaniu granicznego okresu zwrotu decyzji mogą oprzeć się na:



- 1. doświadczeniu nabytym z realizacji podobnych przedsięwzięć w przeszłości (przydatne są w tym przypadku informacje pozyskane w procesie post audytu),**
- 2. podpisanych umowach z odbiorcami,**
- 3. tempem postępu naukowo – technicznego w branży, w której przedsięwzięcie jest realizowane,**
- 4. wynikami badań marketingowych, które pozwalają określić długość cyklu życia produktu, który będzie wytwarzany dzięki realizacji danego przedsięwzięcia inwestycyjnego.**

Zalety i wady metody granicznego okresu zwrotu



Zalety	Wady
<ol style="list-style-type: none">1. Nieskomplikowany algorytm matematyczny2. Prostota interpretacji	<ol style="list-style-type: none">1. Subiektywizm w określaniu granicznego okresu zwrotu2. Niezgodność z głównym założeniem metody NPV (uwzględniania do szacowania NPV całego okresu życia przedsięwzięcia inwestycyjnego)
Źródło: opr. wł. na podstawie pozycji literaturowych	

Przesłanki teoretyczne metody stopy dyskonta z ryzykiem mogą być uzasadnione na gruncie teorii użyteczności krańcowej i stosunku decydenta do ryzyka.



- **Wyższy poziom ryzyka może być, bowiem zaakceptowany przez decydenta jedynie pod warunkiem osiągnięcia odpowiedniej rekompensaty w postaci dodatkowego zarobku.**

Rekompensata ta jest uwzględniana w premii za ryzyko (risk premium).



Premia za ryzyko musi być tym wyższa, im:

- **wyższy jest poziom ryzyka związany z realizacją danego przedsięwzięcia inwestycyjnego ,**
- **większa jest awersja decydenta do ryzyka.**

Im wyżej oceniane jest ryzyko przedsięwzięcia inwestycyjnego, tym wyższej stopy zwrotu oczekuje inwestor.



Metoda stopy dyskonta z ryzykiem opiera się, na właściwości metody NPV dotyczącej spadku bezwzględnej miary opłacalności przedsięwzięcia w przypadku zwiększania stopy dyskonta (im wyższa stopa dyskonta tym niższa wartość NPV).

$$NPV_{RADR} = \sum_{t=0}^n \frac{NCF_n}{(1+k_{RADR})^t}$$

Skorygowanie stopy dyskonta o premię za ryzyko zaostrza, więc wymagania stawiane przedsięwzięciu.

Ogólny algorytm metody RADR można zapisać następującą formułą:



$k_{RADR} = \text{Stopa bazowa} + \text{Korekta w formie premii za ryzyko}$

$$k_{RADR} = k_{RF} + r_p$$

$$k_{RADR} = k_{wacc} + r_p$$

gdzie:

k_{RADR} – stopa dyskontowa uwzględniająca premię za ryzyko,

k_{RF} – podstawowa stopa dyskonta wyrażona jako stopa zwrotu inwestycji bez ryzyka,

r_p – procentowo wyrażona premia za ryzyko,

k_{wacc} – podstawowa stopa dyskonta wyrażona jako koszt kapitału mierzony WACC.

W literaturze przedmiotu opisane są cztery metody szacowania premii za ryzyko:

- **metoda subiektywna (ekspercka),**
- **metoda klasyfikacji (klas ryzyka),**
- **metoda obiektywna - współczynnika zmienności,**
- **metoda oparta na modelu wyceny aktywów kapitałowych (CAPM).**





W polskiej praktyce gospodarczej do szacowania premii za ryzyko najczęściej wykorzystuje się metodę subiektywną.

- **Metoda ta opiera się na eksperckim podejściu do określania premii za ryzyko.**
- **Decydent w tym przypadku dodaje do stopy bazowej punkty procentowe wyrażające premię za ryzyko.**
- **Bazuje przy tym na swojej wiedzy, doświadczeniu oraz intuicji.**

Podstawowym zarzutem stawianym tej metodzie jest brak sprecyzowanych zasad wartościowania wpływu różnych czynników na wysokość premii za ryzyko.



Staje się to przyczyną stosunkowo dużych rozbieżności w szacunkach poziomu premii za ryzyko, przez różnych decydentów, dla zbliżonych pod względem ryzyka przedsięwzięć inwestycyjnych.

Stosowanie do określania premii za ryzyko metody klasyfikacji polega najczęściej na zakwalifikowaniu danego przedsięwzięcia inwestycyjnego do określonej klasy ryzyka, której przypisana jest odpowiednia premia za ryzyko, najczęściej wyrażona procentowo.



Jest to, więc w pewnym sensie odmiana metody subiektywnej, w której próbuje się wykorzystać bardziej obiektywne kryteria ustalania premii za ryzyko.

Klasy ryzyka mogą być budowane jednak według różnych kryteriów:



- **czas** - zakłada się, że poziom ryzyka jest tym wyższy, im dłuższy jest ekonomiczny okres życia przedsięwzięcia.
- **branża**, w jakiej realizowane jest przedsięwzięcie w tym przypadku premia za ryzyko określana jest przez ryzyko branży, w jakiej dane przedsięwzięcie inwestycyjne jest realizowane,
- **rodzaj przedsięwzięcia inwestycyjnego**, o wysokości premii za ryzyko decyduje charakter realizowanego przedsięwzięcia.

Propozycja systemu klas ryzyka do szacowania premii za ryzyko przedsięwzięcia inwestycyjnego przy wykorzystaniu jako kryterium wyodrębniania klas - charakteru przedsięwzięcia



Autor	Charakter przedsięwzięcia inwestycyjnego	Stopa dyskontowa z ryzykiem k_{RADR}
D. Dobija J. Kuchmacz [1993]	Usprawnienie technologii wytwarzania produktu w celu obniżki kosztów	0,75* WACC*
	Powiększenie skali działalności firmy	1 * WACC
	Produkcja nowego wyrobu	1,25 * WACC
	Przedsięwzięcia spekulacyjne	2 * WACC
A. Skowronek Z. Leszczyński [2001]	Modernizacyjny	Stopa bazowa + 5%
	Rozwojowy	Stopa bazowa + 10%
	Spekulacyjny	Stopa bazowa + 20%
<p>* WACC – koszt kapitału firmy realizującej dane przedsięwzięcie inwestycyjne Źródło: opr. wł. na podstawie pozycji literaturowych</p>		

Określanie wysokości stopy dyskonta z ryzykiem w zależności od relacji rynek – produkt



Sytuacja	Nominalna stopa dyskonta z ryzykiem k_{RADR}	Premia za ryzyko
Obecny rynek i znany produkt	10%	0%
Obecny rynek i nowy produkt	15%	5%
Nowy rynek i znany produkt	25%	15%
Nowy rynek i nowy produkt	30%	20%

Źródło: Perridon L. Steiner M. *Finanzwirtschaft der Unternehmen* Verlag Franz Vahlen Munchen 1986r. str. 90;

Określanie premii za ryzyko w zależności od rodzaju przedsięwzięcia



<i>Klasa ryzyka</i>	<i>Charakter przedsięwzięcia</i>	<i>Premia za ryzyko w %</i>
I	odtworzeniowe	0
II	modernizacyjne	1 – 3
III	rozwojowe	
III a	w obecnej branży	3,2 - 5
III b	w podobnej branży	5,1 - 8
III c	w zupełnie innej branży	powyżej 8

Źródło: opr. wł.

Metodologia określania premii za ryzyko przez niemieckie firmy chemiczne



Poziom ryzyka Rodzaj Ryzyka	Bardzo duży	Duży	Standardowy lub bez wpływu na obecne ryzyko firmy	Mały	Bardzo mały
Dokładność szacunków całkowitych nakładów inwestycyjnych	Przybliżona wartość szacunkowa 3 pkt	Szczegółowa wartość szacunkowa 6 pkt	Wartość mieszana szacunkowa i cena normatywna 8 pkt	Ramowa cena normatywna 11 pkt	Cena normatywna 14 pkt
Charakter wykorzystywanej technologii	Nowa technologia 3 pkt	Zewnętrzna sprawdzona technologia 6 pkt	Po części - nowa / po części znana 9 pkt	Wewnętrznie sprawdzona 11 pkt	Znana 14 pkt
Techniczny okres użytkowania	Do 2 lat 2 pkt	Do czterech lat 4 pkt	Do sześciu lat 6 pkt	Do ośmiu lat 8 pkt	Powyżej ośmiu lat 10 pkt
Ekonomiczny okres życia przedsięwzięcia	Do 2 lat 3 pkt	Do czterech lat 7 pkt	Do sześciu lat 10 pkt	Do dziesięciu lat 14 pkt	Powyżej dziesięciu lat 17 pkt
Ryzyko ilości produkcji	Bardzo duże 4 pkt	Duże 8 pkt	Średnie 11 pkt	Małe 15 pkt	bardzo małe 19 pkt

Metodologia określania premii za ryzyko przez niemieckie firmy chemiczne – c.d.



Poziom ryzyka Rodzaj Ryzyka	Bardzo duży	Duży	Standardowy lub bez wpływu na obecne ryzyko firmy	Mały	Bardzo mały
Okres rozruchu	Nie znany 2 pkt	Mniejszy wpływ na przedsięwzięcie 3 pkt	Nie znaczny wpływ na przedsięwzięcie 4 pkt	Uwzględniony z szacunków 6 pkt	Uwzględniony z doświadczenia 7 pkt
Rodzaj i zakres oszczędności	Łączne koszty bezpośrednie 3 pkt	Wynagrodzenia 6 pkt	Płace bezpośrednie 9 pkt	Płace bezpośrednie + Materiały 11 pkt	Materiały 14 pkt
Skutek oddziaływania na tworzenie miejsca pracy	Nie oddziałuje 1 pkt	Bezpośredni wpływ 2 pkt	Częściowo oddziałuje 2 pkt	W dużej części oddziałuje 4 pkt	W pełni oddziałuje 5 pkt
Suma punktów do 60 nominalna stopa dyskonta przynajmniej 40%					
Suma punktów do 80 nominalna stopa dyskonta przynajmniej 30%					
Suma punktów do 100 nominalna stopa dyskonta przynajmniej 20%					
Źródło: Däumler K. D. <i>Grundlagen der Investition und Wirtschaftlichkeitsrechnung</i> Neue Wirtschafts – Briefe Berlin 1989r. str. 69					

W przypadku metody eksperckiej i po części także w metodzie klasyfikacji, premia za ryzyko była określana w sposób subiektywny.

- Można jednak ją zobiektywizować poprzez zastosowanie do budowy klas ryzyka jednej ze statystycznych miar ryzyka, a mianowicie **współczynnika zmienności**.



Zależność premii ryzyka od współczynnika zmienności

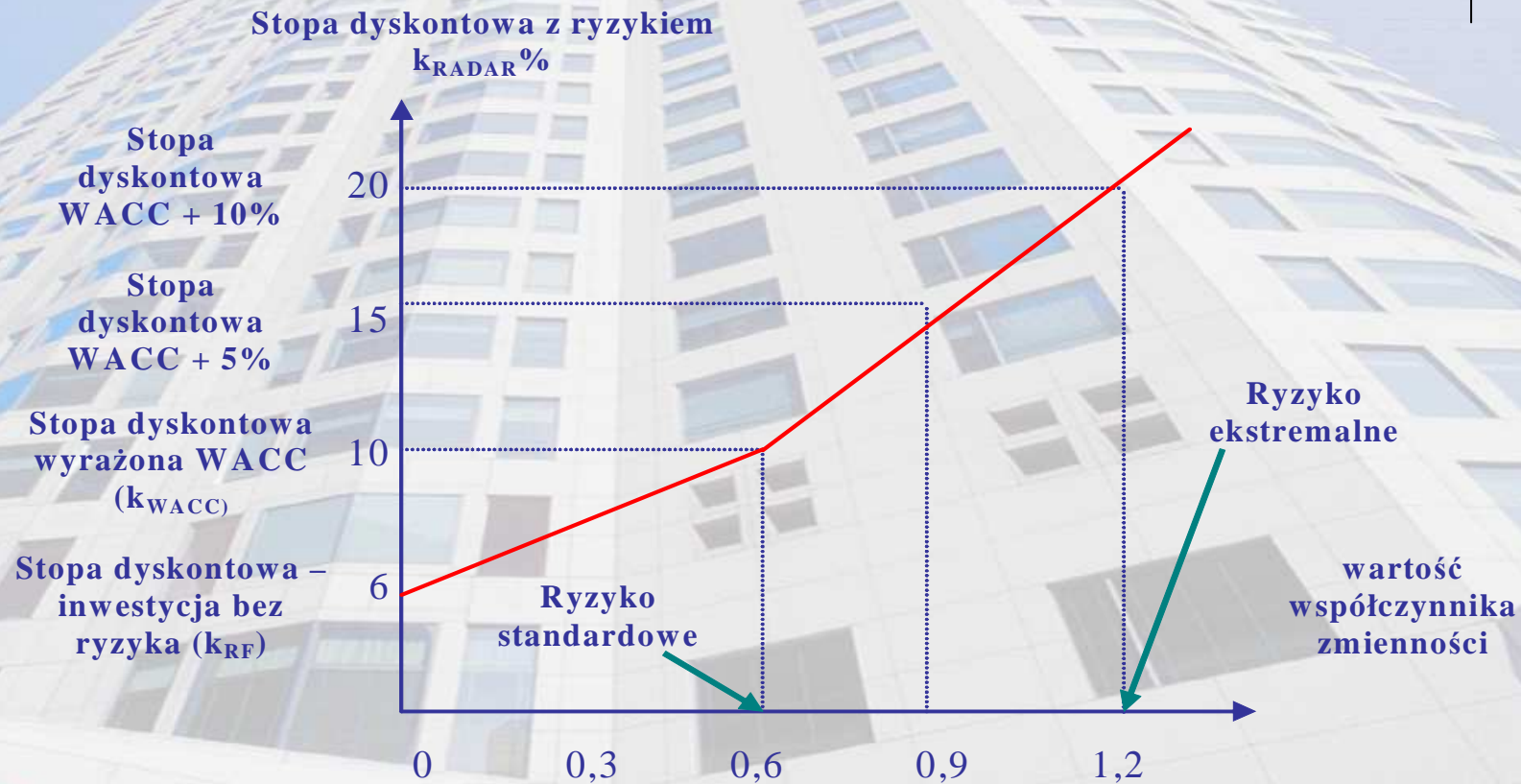


Wartość współczynnika zmienności CV	Premia za ryzyko ¹ (punkty procentowe)	Stopa dyskonta z ryzykiem k_{RADR} (%)
0,0 – 0,1	0	k^2
0,1 – 0,3	1	$k + 1$
0,3 – 0,5	3	$k + 3$
0,5 – 0,7	6	$k + 6$
0,7 – 0,9	10	$k + 10$
0,9 – 1,1	15	$k + 15$
1,1 – 1,4	22	$k + 22$

- 1.** Premia za ryzyko oszacowana poprzez odjęcie od stopy z ryzykiem K_{RADR} 8 p.p. odzwierciedlającej w przybliżeniu średni koszt kapitału (8%) dla przedsięwzięć inwestycyjnych o niskim współczynniku zmienności. Według badań empirycznych realna stopa zwrotu z akcji w USA w latach 1926 – 1988 wynosiła 8,8% i zawierała premię za ryzyko w przybliżeniu 8,3%
- 2.** k – stopa dyskontowa bazowa (rentowność inwestycji bez ryzyka lub obecny WACC)

Źródło: M. Dobjija *Elementy rachunkowości zarządczej* Fundacja Rozwoju Rachunkowości w Polsce Kraków 1991r. str. 64;

Propozycja S.B. Blocka G.A. Hirta szacowania premii za ryzyko



Źródło: Blocka S.B. Hirt G.A. *Foundations of Financial Management*, Irwin, Homewood 1987 za *Efektywność przedsięwzięć rozwojowych: metody – analiza – przykłady*, pod red. R. Borowiecki, Akademia Ekonomiczna w Krakowie, 1995r. str. 86;



Z teoretycznego punktu widzenia najwłaściwszą metodą określania stopy dyskonta uwzględniającej ryzyko jest metoda oparta na modelu wyceny aktywów kapitałowych - CAPM, który opisuje relację pomiędzy stopą zwrotu a ryzykiem na zrównoważonym rynku kapitałowym.

$$k_{\text{RADR}} = k_{\text{RF}} + \beta_p (k_M - k_{\text{RF}})$$

gdzie:

k_{RE} – rentowność inwestycji bez ryzyka,

k_M – rentowność alternatywnych inwestycji kapitałowych,

β_p – współczynnik beta przedsięwzięcia inwestycyjnego, odzwierciedlający ryzyko systematyczne danego przedsięwzięcia inwestycyjnego.



W praktyce obliczenie współczynników beta przedsięwzięcia inwestycyjnego jest kłopotliwe, a w przypadku większości przedsięwzięć wręcz niemożliwe.

- **Stąd często przyjmowane jest uproszczone założenie, że współczynnik beta przedsięwzięcia inwestycyjnego jest równy współczynnikowi beta firmy.**



Kryterium decyzyjne będące podstawą podjęcia bezwzględnej decyzji inwestycyjnej oparte na metodzie NPV jako metodzie oceny opłacalności przedsięwzięcia inwestycyjnego oraz metodzie stopy dyskonta z ryzykiem jako metodzie analizy ryzyka można sformułować w sposób następujący:

- $NPV_{kRADR} > 0$ – przedsięwzięcie inwestycyjne jest opłacalne, może być realizowane,
- $NPV_{kRADR} = 0$ – przedsięwzięcie inwestycyjne jest neutralne, może być realizowane,
- $NPV_{kRADR} < 0$ – przedsięwzięcie inwestycyjne jest nieopłacalne, nie może być realizowane.

gdzie:

NPV_{kRADR} - wartość NPV oszacowana dla stopy dyskonta uwzględniającej premię za ryzyko.

Zalety i wady metody stopy dyskonta z ryzykiem



ZALETY	WADY
1. Najbardziej intuicyjny i zrozumiały sposób uwzględniania ryzyka w metodach bezpośrednich	1. Trudności w obiektywnym ustalaniu premii za ryzyko (najczęściej wykorzystywana jest metoda ekspercka) 2. Łączenie ryzyka jedynie ze zmienną wartością pieniądza w czasie (stopą dyskonta)
Źródło: opr. wł. na podstawie pozycji literaturowych	

Metoda ekwiwalentu (równoważnika) pewności przepływu pieniężnego netto (certainty equivalent cash flow method) została zaproponowana przez A.A. Robicheka i S.C. Myersa,



- **U podstaw teoretycznych tej metody leży założenie, że jeśli modyfikacja stopy dyskontowej natrafia na trudności, modyfikacji można poddać strumień przepływów pieniężnych netto (modyfikacji podlega, więc nie mianownik a licznik wzoru na NPV).**
- **Modyfikacja polega na zastąpieniu prognozowanych NCF tj. strumieni „ryzykownych” (NCFR) przepływami pieniężnymi netto, których wielkości będą osiągane z pewnością, a więc wielkości bez ryzyka (NCFRF).**



W przypadku, gdy do oceny bezwzględnej opłacalności przedsięwzięcia inwestycyjnego wykorzystywana jest metoda NPV, w algorytmie tej metody wielkości ryzykownych przepływów pieniężnych netto zastępowane są równoważnikami pewności.

$$NPV_{CE} = \sum_{t=0}^n \frac{NCF_{R_n} CE_n}{(1 + k_{RF})^t}$$

Do dyskutowania przepływów pieniężnych netto bez ryzyka (NCF_{RF}) stosuje się stopę dyskonta bez ryzyka (k_{RF}), gdyż przepływy pieniężne netto są tak samo pewne (bez ryzyka) jak przepływy pieniężne z inwestycji bez ryzyka



Ekwiwalent pewności jest w literaturze przedmiotu definiowany jako:

- 1.** kwota korzyści netto wyrażona przepływami pieniężnymi netto otrzymana z pewnością (NCF_{RF}), która dla decydenta ma tę samą wartość, co wartość oczekiwana niepewnej korzyści netto (NCF_R),
- 2.** wartość korzyści netto otrzymanej na pewno (NCF_{RF}), której użyteczność jest taka sama jak wyższej korzyści netto, ale obciążonej ryzykiem (NCF_R).

gdzie:

$$NCF_{RF} = CE_n NCF_R$$

NCF_R – przepływ pieniężny netto z ryzykiem

NCF_{RF} – przepływ pieniężny netto bez ryzyka



Współczynnik CE_n nazywany jest
współczynnikiem ekwiwalentu pewności
(równoważnika pewności):

$$\frac{NCF_{RF}}{NCF_R} = CE_n$$



W metodzie ekwiwalentu pewności w pierwszym kroku oceniane jest ryzyko przepływów pieniężnych netto (NCF), a następnie określana jest wartość współczynnika ekwiwalentu pewności C_{En} , trzema metodami:

- metodą subiektywną,
- metodą obiektywną (statystyczną)
- metodą opartą na stopie dyskonta z ryzykiem

Określanie współczynnika ekwiwalentu pewności metodą subiektywną



Jeżeli wystąpienie NCF w danej wysokości jest	...to wartość wskaźników ekwiwalentu pewności wynosi
Zupełnie niemożliwe	0
Nadzwyczajnie nieprawdopodobne	0,01 – 0,1
Bardzo nieprawdopodobne	0,05 – 0,2
Prawie nieprawdopodobne	0,1 – 0,3
Nieprawdopodobne	0,2 – 0,4
Mimo wszystko możliwe	0,3 – 0,5
Całkiem możliwe	0,4 – 0,6
Bardzo możliwe	0,5 – 0,7
Prawdopodobne	0,6 - 0,8
Prawie prawdopodobne	0,7 – 0,9
Bardzo prawdopodobne	0,8 – 0,95
Nadzwyczajnie prawdopodobne	0,9 – 0,99
Całkowicie pewne	1

Źródło: Krelle W. *Präferenz - und Entscheidungstheorie* Tübingen, 1968



Wartości CE_n zależą,

- nie tylko od ryzyka związanego z określonym przepływem pieniężnym netto (im jest ono wyższe, tym niższa wartość tego współczynnika),
- lecz również od stosunku decydenta do ryzyka (im większa jest awersja do ryzyka tym wartość współczynnika jest mniejsza).



Gdy decydent uznaje, że prawdopodobieństwo uzyskania przepływu pieniężnego netto na poziomie:

- 99,7% należy uznać za zdarzenie pewne, to wartość CE_n wynosiłaby

$$[E(NCFR_n) - 3\delta(NCFR_n) / NCFR_n],$$

- 95,5%, to równoważnik pewności wyniósłby

$$[E(NCFR_n) - 2\delta(NCFR_n) / NCFR_n]$$

- 68,3%, to

$$[E(NCFR_n) - 1\delta(NCFR_n) / NCFR_n]$$

Schemat procedury dyskontowania dla metody ekwiwalentu pewności i stopy dyskonta z ryzykiem



Źródło: opr. wł.



$$PV_{NCF_{RFn}} = PV_{NCF_{R_n}}$$

$$\sum_{t=0}^n \frac{NCF_{R_n}}{(1+k_{RADR})^t} = \sum_{t=0}^n \frac{CE_n NCF_{R_n}}{(1+k_{RF})^t}$$

$$(1+k_{RF})^t = CE_n (1+k_{RADR})^t$$

$$\frac{(1+k_{RF})^t}{(1+k_{RADR})^t} = CE_n$$

$$k_{RADR} = \left[\frac{(1+k_{RF})}{(CE_n)^{\frac{1}{t}}} \right] - 1$$



Kryterium decyzyjne będące podstawą podjęcia bezwzględnej decyzji inwestycyjnej oparte na metodzie NPV jako metodzie oceny opłacalności przedsięwzięcia inwestycyjnego oraz metodzie ekwiwalentu pewności jako metodzie analizy ryzyka można sformułować w sposób następujący:

- $NPV_{CE} > 0$ – przedsięwzięcie inwestycyjne jest opłacalne, może być realizowane,
- $NPV_{CE} = 0$ – przedsięwzięcie inwestycyjne jest neutralne, może być realizowane,
- $NPV_{CE} < 0$ – przedsięwzięcie inwestycyjne jest nieopłacalne, nie może być realizowane.

gdzie:

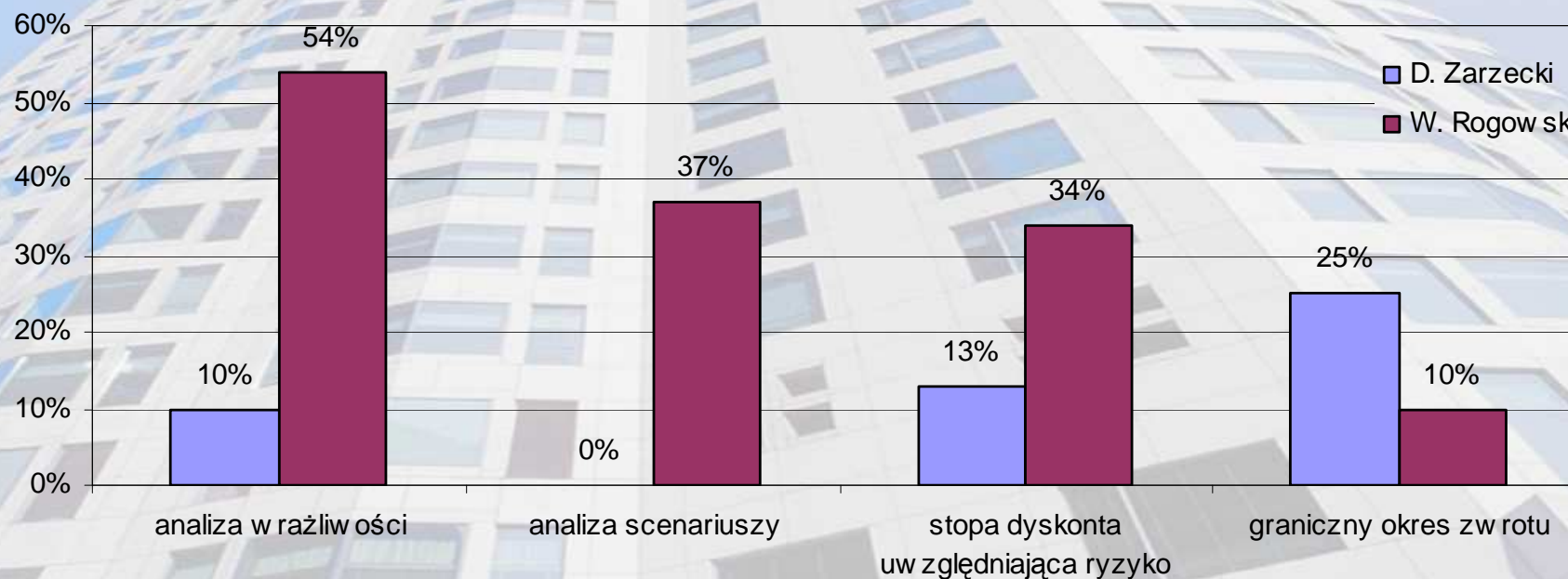
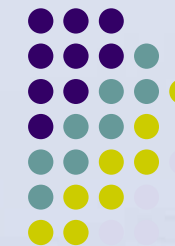
NPV_{CE} - wartość NPV oszacowana dla przepływów pieniężnych bez ryzyka.



Zalety i wady metody ekwiwalentu pewności

ZALETY	WADY
<ol style="list-style-type: none">1. Z punktu widzenia metodologicznego jest ona prosta2. Łatwo może uwzględnić zróżnicowane ryzyko przepływów pieniężnych netto, co ma duże znaczenie praktyczne z uwagi na fakt, iż w rzeczywistości poziom ryzyka poszczególnych przepływów pieniężnych netto może od siebie znacznie odbiegać3. Traktuje ryzyko i „czystą” wartość pieniądza w czasie rozłącznie4. Nie narzuca założeń dotyczących zależności między poziomem ryzyka a czasem	<ol style="list-style-type: none">1. Brak albo bardzo nieprecyzyjny zakres praktycznych wskazówek, co do ustalania poziomu wskaźników ekwiwalentu pewności CE_n w konkretnych przypadkach, co oznacza, że ustalenie poziomu ryzyka staje się kategorią bardzo subiektywną a tym samym nieprecyzyjną
Źródło: opr. wł. na podstawie pozycji literaturowych	

Porównanie stosowania metod oceny ryzyka w Polsce w 1994r. (D. Zarzecki) i 2001r. (W. Rogowski)



Źródło: opr. wł.

Częstotliwość wykorzystywania metod analizy ryzyka przedsięwzięć inwestycyjnych w wybranych krajach



	G. C Arnold D. Hatzopoulos	R. Pike			
Data badania	1997	1992	1986	1980	1975
Kraj	W. Brytania	W. Brytania	W. Brytania	W. Brytania	W. Brytania
Metoda	%	%	%	%	%
analiza wrażliwości	85	88	71	42	28
analiza scenariuszy					
stopa dyskonta uwzględniająca ryzyko	52	65	61	41	37
ocena subiektywna	46	Bd.	Bd.	Bd.	Bd.
Metody probabilistyczne	31	48	40	10	9
analiza współczynnika beta	20	20	16	0	0
graniczny okres zwrotu	3	60	61	30	25

Częstotliwość wykorzystywania metod analizy ryzyka przedsięwzięć inwestycyjnych w wybranych krajach – c.d.



	D. Zarzecki	W. Rogowski	U. Wehrle		
Data badania	1994	2001	1988		
Kraj	Polska	Polska	Niemcy	Szwajcaria	Austria
Metoda	%	%	%	%	%
analiza wrażliwości	10	54	75	93	81
analiza scenariuszy		37	42	55	34
stopa dyskonta uwzględniająca ryzyko	13	34	13,5	14	25
ocena subiektywna		Bd.	Bd.	Bd.	Bd.
Metody probabilistyczne	13	Bd.	49	52	50
analiza współczynnika beta		Bd.	Bd.	Bd.	Bd.
graniczny okres zwrotu	25	10	25	20	25
Źródło: opr. wł. na podstawie publikowanych wyników badań empirycznych					

Ranking metod analizy ryzyka przedsięwzięć inwestycyjnych



	G. C Arnold/ D. Hatzopoulos	R. Pike			
Data badania	1997	1992	1986	1980	1975
Kraj	W. Brytania	W. Brytania	W. Brytania	W. Brytania	W. Brytania
Metoda	Ranga	Ranga	Ranga	Ranga	Ranga
analiza wrażliwości	1	1	1	1	2
analiza scenariuszy					
stopa dyskonta uwzględniająca ryzyko	2	2	2	2	1
ocena subiektywna	3	Bd.	Bd.	Bd.	Bd.
Metody probabilistyczne	4	4	3	4	4
analiza współczynnika beta	5	5	4	5	5
Graniczny okres zwrotu	6	3	2	3	3

Ranking metod analizy ryzyka przedsięwzięć inwestycyjnych – c.d.



	D. Zarzecki	W. Rogowski	U. Wehrle - Streif		
Data badania	1994	2001	1988		
Kraj	Polska	Polska	Niemcy	Szwajcaria	Austria
Metoda	Ranga	Ranga	Ranga	Ranga	Ranga
analiza wrażliwości	3	1	1	1	1
analiza scenariuszy		2	3	2	3
stopa dyskonta uwzględniająca ryzyko	2	3	5	5	4
ocena subiektywna		Bd.	Bd.	Bd.	Bd.
Metody probabilistyczne	2	Bd.	2	3	2
analiza współczynnika beta		Bd.	Bd.	Bd.	Bd.
Graniczny okres zwrotu	1	4	4	4	4
Źródło: opr. wł. na podstawie publikowanych wyników badań empirycznych					

Kombinacja metod analizy ryzyka w Polsce i Wielkiej Brytanii



<i>Autor</i>	<i>W. Rogowski</i>	<i>G. C Arnold D. Hatzopoulos</i>
Kombinacja metod	%	%
Żadna metoda	25	2
Pojedyncze metody	38	15
Analiza wrażliwości	17	9
Ocena subiektywna	0	3
Stopa dyskonta uwzględniająca ryzyko	21	2
Dwie metody	24	37
Analiza wrażliwości + stopa dyskonta z premią za ryzyko	0	15
Analiza wrażliwości + ocena subiektywna	0	10
Analiza wrażliwości + analiza statystyczna	0	7
Analiza wrażliwości + analiza scenariuszy	24	0

Kombinacja metod analizy ryzyka w Polsce i Wielkiej Brytanii – c.d.



<i>Autor</i>	<i>W. Rogowski</i>	<i>G. C Arnold D. Hatzopoulos</i>
Kombinacja metod	%	%
Trzy metody	9	23
Analiza wrażliwości + stopa dyskonta z premią za ryzyko + ocena subiektywna	0	8
Analiza wrażliwości + analiza statystyczna + ocena subiektywna	0	6
Analiza wrażliwości + stopa dyskonta z premią za ryzyko + graniczny okres zwrotu	9	6
Analiza wrażliwości + stopa dyskonta z premią za ryzyko + analiza statystyczna	0	4
Analiza wrażliwości + graniczny okres zwrotu + ocena subiektywna	0	1
Cztery metody	1	9
Analiza wrażliwości + stopa dyskonta z premią za ryzyko + ocena subiektywna + analiza statystyczna	0	4
Analiza wrażliwości + stopa dyskonta z premią za ryzyko + ocena subiektywna + graniczny okres zwrotu	0	3
Źródło: opr. wł.		213